풀수록 재미나는

수학문제풀이 1

외국문도서출판사

주체94(2005)년

차 례

머리말

위대한 령도자 **김정일**원수님께서는 다음과 같이 지적하시였습니다.

《기초과학교육에서는 수학교육을 강화하는것이 특별히 중요합니다. 수학은 모든 자연과학의 기초의 기초입니다.》 (《**김정일**선집》 제14권, 386페지)

위대한 령도자 **김정일**원수님께서 가르치신바와 같이 기초과학교육에서 특별히 중요한것은 수학교육을 강화하는것입니다.

모든 학생들을 높은 과학지식을 소유한 혁명인재로 키우는 사업에서 수학교육이 차지하는 위치는 매우 중요합니다.

지금 우리의 생활 그 어디에서나 과학기술의 발전에 의한 눈부신 변화들이 련이어 일어나고있습니다. 지난 시기에는 수백, 수천년을 두고도 이룩할수 없었던 과학적진보가 오늘은 짧은 기간에 이룩되고있으며 새 세기 21세기는 수많은 과학기술인재들을 요구하고있습니다. 이러한 발전을 이룩하고 새것을 낳게 한 그 기초에 바로 사람들의 뛰여난 수학적사고력과 사물현상을 옳바로 리해하고 분석평가하게 하는 높은 지적능력이 놓여있습니다.

우리는 우리 나라 현실에 맞게 보통교육부문의 수학교육을 한계단 더 높이는데 도움을 주기 위하여 《풀수록 재미나는 수학문제풀이 1》을 출판하였습니다.

이 책은 학생들의 사고능력을 키워주고 배운 내용을 공고히 하며 그것을 응용할수 있게 하는데 중심을 두고 서술하였습니다. 또한 보통교육부문 학생들의 특성에 맞게 물음을 제시하고 그에 대한 해답을 찾을수 있게 설명을 줌으로써 내용을 흥미있게 구성하였습니다.

책에서는 학생들의 과외학습목적에 따라 교과서내용외에

새로운 내용들도 학년과 나이에 맞게 주었습니다.

보통교육부문의 교원들과 학부형들을 비롯한 여러 독자들이 이 책을 리용하면서 책의 내용을 더욱 풍부히 하고 련이어 나오게 되는《풀수록 재미나는 수학문제풀이》집필에 도움이 되는 좋은 의견을 보내주기 바랍니다.

제1절. 수들사이의 규칙 따져보기

이 절에서는 수들사이의 변화규칙을 어떻게 따져보겠는가를 보기로 합시다.

실례 1. 다음의 매 수들사이의 변화규칙을 따져보고 빈칸에 알맞는 수를 써넣으십시오.

(1) 5, 9, 13, 17, ( )

(2) 10, 12, 16, 22, ( )

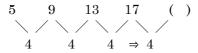
(3) 1, 4, 9, 16, ( )

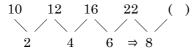
(4) 2, 4, 8, 16, ( )

(5) 4, 5, 7, 11, 19, ( )

따져보기와 풀기

수들사이의 변화규칙을 따져볼 때 일반적으로 이 수들사이에 같은 넉셈을 진행한 다음 계산결과를 비교하여 규칙을 찾습니다.

(1) 이웃한 두 수들가운데서 뒤의 수에서 앞의 수를 덜면 차가 모두 4입니다.

그러므로 17+4=21을 빈칸에 써넣어야 합니다.

(2) 이웃한 두 수들가운데서 뒤의 수에서 앞의 수를 덜어봅니다. 그것들의 차는 차례로 2, 4, 6입니다.

그러므로 22+8=30을 빈칸에 써넣어야 합니다.

(3) 1=1×1, 4=2×2, 9=3×3, 16=4×4이므로 다음 수는 5×5=25입니다. 그러므로 빈칸에 25를 써넣어야 합니다.

(4) 2=2, 4=2×2, 8=2×2×2, 16=2×2×2×2이므로 다음 수는 2×2×2×2×2=32여야 합니다. 그러므로 빈칸에 32를 써넣어야 합니다. 다음과 같이 따져볼수도 있습니다. 두번째 수부터 시작하여 앞에 있는 수의 2배가 뒤에 있는 수로 되므로 빈칸의 수는 16×2=32가 되여야 합니다.

(5) 5−4=1, 7−5=2, 11−7=4, 19−11=8인데 1, 2, 4, 8을 보면 앞에 있는 수의 2배가 곧 뒤에 있는 수로 됩니다. 그러므로 8의 뒤에 있는 수는 16이 되여야 합니다. 그런데 19+16=35이므로 빈칸에 35를 써넣어야 합니다.

실례를 든 수들의 변화규칙을 따져볼 때 이 수들에 어떤 셈법을 실시한 다음 계산결과를 차례로 리용하여 새 수들을 얻고 이 새 수들사이의 변화규칙을 살펴봅니다. 그러면 수들사이의 규칙을 찾을수 있습니다.

실례 2. 다음 수들사이의 규칙을 찾고 빈칸에 알맞는 수를 써넣으십시오.

(1) 8, 14, 10, 12, 12, 9, 14, 5, −, −

(2) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, −

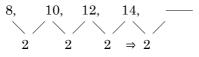
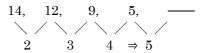
(3) 1, 2, 2, 4, 8, 32, −

(4) 1, 1, 2, 6, 24, 120, −

(5) 5, 14, 41, 122, −

따져보기와 풀기

(1) 이 수들사이의 특징은 큰 수와 작은 수가 엇바뀌여 변하기때문에 작은 수로부터 큰 수로, 큰 수로부터 작은 수 순서로 놓여있지 않습니다. 그러므로 이웃한 두 수사이의 관계를 생각할것이 아니라 이 수들을 다음과 같이 갈라서 생각합니다.

즉 8, 10, 12, 14, —와 14, 12, 9, 5, —로 놓습니다.

그러므로 두 빈칸에는 (14+2=)16과 (5−5=)0을 써넣어야 합니다.

(2) 이웃한 두 수의 차를 계산해서는 규칙을 찾을수 없습니다. 이 수의 배렬규칙은 다음과 같습니다. 서로 이웃한 두 수의 합이 그 뒤에 있는 수와 같습니다. 실례를 들면 1+1=2, 1+2=3, 2+3=5입니다. 그러므로 빈칸의 수는 (13+21=)34입니다.

(3) 이 수들의 배렬규칙은 다음과 같습니다. 서로 이웃한 두 수의 적은 서로 이웃한 뒤에 있는 수와 같습니다. 실례를 들면

$$1\times2=2,\ 2\times2=4,\ 2\times4=8,\ \cdots$$

입니다. 그러므로 빈칸의 수는 (8×32=)256입니다.

(4) 첫번째 항에 1을 곱하면 두번째 항, 두번째 항에 2를 곱하면 세번째 항, 세번째 항에 3을 곱하면 네번째 항 …이 됩니다. 그러므로 빈칸의 수는 (120×6=)720입니다.

(5) 서로 이웃한 두 수를 살펴봅시다.

$$5\times3-1=14,\ 14\times3-1=41,\ 41\times3-1=122.$$

즉 서로 이웃한 앞에 있는 수에 3을 곱하고 거기서 1을 덜면 뒤에 있는 수가 얻어집니다. 그러므로 빈칸의 수는 (122×3−1=)365입니다.

실례 3. 다음 문제에서 수들사이의 규칙을 찾고 빈칸에 알맞는 수를 써넣으십시오.

(1)	2	6	7	11	4
	4	4	( )	1	4
	3	5	5	6	4

(2)

2	6	1	3
3	10	2	5
4	( )	3	1
1	11	4	6

따져보기와 풀기

(1) 이와 같은 문제에서는 행과 행(가로줄과 가로줄), 렬과 렬(세로줄과 세로줄)사이에 있는 수들사이의 규칙을 찾아야 합니다. 이 3개 행의 수를 살펴보면 세번째 행의 2배는 첫번째 행과 두번째 행의 합과 같습니다. 그러므로 빈칸의 수는 $(5\times2-7=)3$입니다.

(2) 4개의 렬들사이에는 제1렬, 제3렬, 제4렬에 있는 수의 합이 제2렬에 있는 수와 같다는것을 알수 있습니다. 그러므로 빈칸의 수는 4+3+1=8입니다.

실례 4. 다음의 그림들에서 빈칸에 알맞는 수를 써넣으십시오.

(1) 그림 1-1을 보십시오.

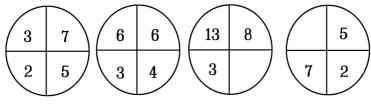



그림 1-1

(2) 그림 1-2를 보십시오.

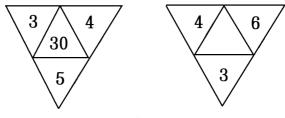



그림 1-2

(3) 그림 1－3을 보십시오.

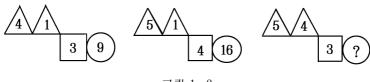



그림 1－3

(4) 그림 1－4를 보십시오.

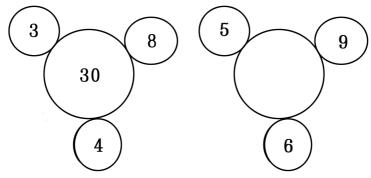



그림 1－4

따져보기와 풀기

(1) 이와 같은 문제에서는 먼저 그림안에 있는 수들사이의 관계를 살펴본 다음 다시 다른 그림안에 있는 수와 어떤 관계에 있는가를 따져보아야 합니다. 이렇게 하면 다음과 같은 규칙이 얻어집니다.

원의 웃부분에 있는 두 수의 합이 밑에 있는 두 수의 적과 같습니다. 그러므로 첫번째 빈칸에는 $(13+8)\div3=7$을 써야 합니다. 두번째 빈칸에는 $7\times2-5=9$를 써야 합니다.

(2) 밖에 있는 세 3각형안의 수를 곱한 적은 중심에 있는 3각형안에 있는 수의 2배입니다. 그러므로 빈칸안의 수는 $4\times3\times6\div2=36$입니다.

(3) 두 3각형안에 있는 수의 차(큰수에서 작은 수를 덜어낸 차)에 바른4각형안의 수를 곱한 적은 원안의 수와 같습니다. 그러므로 빈칸에는 (5－4)×3=3을 써넣어야 합니다. 그밖에도 여러개의 풀이가 있을수 있습니다.

(4) 3개의 작은 원안의 수에 셈법을 실시하여 결과가 큰 원안의 수와 같게 되게 합니다. 3개의 작은 원안의 세수의 합은 큰 원안에 있는 수의 절반입니다. 그러므로 빈칸에는 (5+6+9)×2=40을 써야 합니다.

실례 5. 다음의 그림들에 있는 수들의 배렬규칙을 찾아 빈칸에 알맞는 수를 써넣으십시오.

4	6	8
6	8	

24	60	114
15	10	

4	7	9
11	14	

11	4	7
30	9	

그림 1－5

따져보기와 풀기

수가 2 또는 2이상이 배렬되였을 때의 규칙을 찾는 방법은 흔히 우로부터 아래로 내려가면서 생각합니다.

(1) 행이나 렬이 우에서 아래로, 왼쪽에서 오른쪽으로 가면서 2만큼씩 커지므로 빈칸에 10을 써넣어야 합니다.

(2) 웃칸에 있는 수는 아래칸에 있는 수의 6배입니다. 그러므로 빈칸의 수는 19입니다.

(3) 웃칸의 수에 7을 더하면 아래칸의 수로 되므로 빈칸의 수는 16입니다.

(4) 웃칸의 수에서 1을 덜고 3을 곱하면 아래칸의 수로 됩니다. 그러므로 빈칸의 수는 [(7－1)×3=]18입니다.

[설명]

수의 배렬 또는 무이의 규칙을 살펴보고 따져보는 방법은 대체로 다음과 같습니다.

(1) 서로 나란히 있는 몇개의 수들에 대하여 같은 넉셈을 실시하고 그 결과를 차례로 본래수의 밑에 써서 새 수렬을 만

듭니다(일반적으로 이와 같은 수렬의 배렬규칙은 명백합니다). 이 수렬을 따져보면 본래수의 배렬규칙을 알수 있습니다.

(2) 때로는 주어진 수렬을 2개의 수렬로 가른 다음 그 매개 수렬의 배렬규칙을 찾을 때도 있습니다.

(3) 어떤 그림안에 있는 수들을 따져볼 때 그것들사이의 무이규칙은 이 수들이 그림에서 차지하는 위치에 관계됩니다. 여기에 주목을 돌려야 합니다.

(4) 어떤 수렬 또는 무이의 배렬규칙을 따져볼 때 한가지 방법으로 되지 않으면 다른 방법으로 바꾸어 찾아야 합니다.

(5) 수렬의 배렬규칙을 찾을 때 이 수렬의 모든 수를 리용하여 찾아야 합니다. 그렇지 않고 앞에 있는 몇개 수만 계산해보면 틀릴수 있습니다.

련습 1

1. 다음 수들사이의 변화규칙을 찾고 빈칸에 알맞는 수를 써넣으십시오.

(1) 64, 48, 40, 36, 34, ____

(2) 4, 7, 9, 11, 14, 15, 19, ____

(3) 11, 12, 15, ____________ , 27, 36

(4) 15, 20, 12, 25, 9, 30, ____________, 35, 3, ____

(5) 3, 8, 15, 24, 35, ____

2. 다음 수들가운데서 규칙에 맞지 않는 수가 한개씩 들어있습니다. 이 수를 찾아내십시오.

(1) 3, 5, 7, 11, 15, 19, 23

(2) 2, 5, 10, 16, 22, 28, 32, 38, 24

(3) 6, 12, 3, 27, 21, 10, 15, 30

(4) 2, 3, 5, 8, 12, 16, 23, 30

(5) 2, 4, 8, 12, 16, 32

3. 다음 수들사이의 규칙을 찾고 빈칸에 알맞는 수를 써넣으십시오.

(1)

643	111	421
269		491

(2)

7	4	6
8	4	8
6	5	

4. 다음의 매 문제에서 《?》에 맞는 수를 찾아 써넣으십시오.

(1) 그림 1-6을 보십시오.

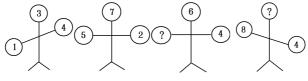



그림 1-6

(2) 그림 1-7을 보십시오.

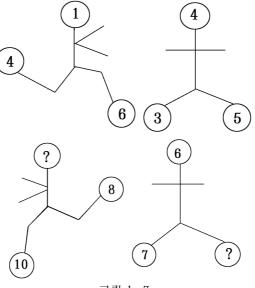



그림 1-7

(3) 그림 1−8을 보십시오.

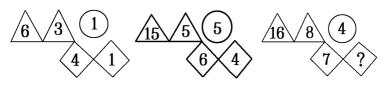



그림 1−8

(4) 그림 1−9를 보십시오.

70	50	80
65	30	25

100		110
90	40	30

170	90	100
90	80	

	60	118
15	20	45

그림 1−9

답 및 풀기방향

1. (1) 33.

이웃한 두 수의 차는 차례로 16, 8, 4, 2, 1입니다.

(2) 19.

두개의 수렬 4, 9, 14, 19와 7, 11, 15, −로 가릅시다. 두번째 수렬에서의 차는 4입니다.

(3) 20.

차는 차례로 1, 3, 5, 7, 9입니다.

(4) 6, 40

두개의 수렬 15, 12, 9, −, 3과 20, 25, 30, 35, −로 가릅시다. 첫번째 수렬에서의 차는 3이고 두번째 수렬에서의 차는 5입니다.

(5) 48.

두 수의 차는 차례로 5, 7, 9, 11, 13 또는 $3=2\times2-1$, $8=3\times3-1$, $15=4\times4-1$, $24=5\times5-1$, $35=6\times6-1$이므로 빈칸의

수는 $7\times7-1=48$입니다.

2. (1) 15.

15를 내놓고 나머지수는 모두 씨수입니다.

(2) 5.

5를 내놓고 나머지수는 모두 짝수입니다.

(3) 10.

10을 내놓고 나머지수는 모두 3의 배수입니다.

(4) 16.

이웃한 두 수의 차는 모두 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 됩니다.

(5) 12.

12를 내놓고 나머지의 매 수에 2를 곱하면 모두 그 뒤에 있는 수와 같게 됩니다.

3. (1) 111.

가운데 있는 수의 량쪽에 있는 두 수의 차는 가운데 있는 수의 2배입니다.

(2) 2.

매 행에서 첫번째 수와 두번째 수의 차의 2배는 세번째 수와 같습니다.

4. (1) 2, 4

두 손에 있는 수를 계산하면 머리우의 수로 됩니다. 두 손을 들었을 때는 더하여 머리우의 수를 얻고 한손을 들었을 때는 그 차가 머리우의 수로 됩니다.

(2) 1, 4

두다리에 있는 수에 알맞는 셈법을 실시하여 머리우의 수를 얻습니다. 두 팔을 모았을 때 두 발우의 수의 차를 2로 나누면 머리우의 수로 됩니다. 두 팔을 벌렸을 때 두 발우의 수의 차에 2를 곱하면 머리우의 수로 됩니다.

(3) 5

두 3각형안에 있는 수들의 차를 두 4각형안에 있는 수의 차로 나누면 원안의 수로 됩니다.

(4) 70, 150, 62

량끝에 있는 두 수의 합은 가운데 있는 수의 3배입니다.

제2절. 산수식의 빈칸채우기

이 절에서는 넉셈식에 있는 4각형으로 표시된 빈칸에 알맞는 수자를 찾아 산수식이 성립되게 하는 빈칸채우기문제를 살펴봅시다.

이와 같은 문제는 매우 흥미있는 문제로서 학생들의 론리적사고능력과 추리능력을 키워주는데 도움이 됩니다. 풀이과정에 렬거법, 채치기법, 실험법, 반증법 등을 종합적으로 써야 합니다.

다음과 같은 세 단계로 나누어봅시다.

첫단계: (문제의 파악) 수학문제풀이의 일반적인 경우와 마찬가지로 무엇보다도 문제를 잘 파악하여야 합니다. 이것은 문제를 정확히 따져보고 산수식에 있는 수를 결정하는 바탕으로 됩니다.

둘째 단계: (기본고리선택) 문제를 정확히 파악한 기초우에서 정확하게 생각하고 산수식에서 쉽게 찾을수 있거나 또는 기본고리로 되는 빈칸을 찾아내야 합니다. 이것이 빈칸을 채우는 기본고리로 됩니다.

셋째단계: (빈칸에 써넣을 수의 결정) 기본고리로부터 시작하여 산수식의 주어진 조건에 알맞는 수들을 결정하여야 합니다.

이와 같이 세 단계를 거치면 정확하면서도 재빨리 알맞는 수들을 결정할수 있습니다.

실례 1. 산수식 $\square 81+\square 5\square=\square 94\square$의 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

따져보기와 풀기

(1) **문제의 파악** 주어진 가로산수식을 세로산수식으로 고쳐씁니다.

$$\begin{array}{rcccc} & & \square & 8 & 1 \\ + & & \square & 5 & \square \\ \hline & \square & 9 & 4 & \square \end{array}$$

이 더하기산수식에서 두개의 더하는수는 모두 세자리수이고 두개의 더하는수와 합의 열의 자리수는 모두 주어졌습니다.

(2) **기본고리선택** 산수식의 열의 자리에 있는 세수 8, 5, 4로부터 하나자리에서 열의 자리에 1이 올라가고 열의 자리로부터 백의 자리에 1이 올라간다는것을 알수 있습니다. 이로부터 두번째 더하는수의 하나자리에 있는 빈칸을 채우는것부터 시작합니다.

(3) **빈칸에 써넣을 수의 결정**

① 하나자리에 써넣기

하나자리의 수를 더한 합에서 반드시 열의 자리에 1이 올라가야 하는데 1과 9를 더하면 열의 자리에 1이 올라갑니다. 그러므로 두번째 더하는수의 하나자리에 9를 써야 합니다. 그러면 합의 하나자리는 0입니다. 이때의 산수식은 다음과 같습니다.

$$\begin{array}{rcccc} & & \square & 8 & 1 \\ + & & \square & 5 & \boxed{9} \\ \hline & \square & 9 & 4 & \boxed{0} \end{array}$$

② 천의 자리에 써넣기

합이 네자리수이므로 백의 자리수를 더하면 반드시 천의 자리에 1이 올라가야 합니다. 그러므로 합의 천의자리수는 반드시 1이여야 합니다.

③ 백의 자리에 써넣기

백의 자리의 두 수의 합에 열의 자리에서 올라온 1을 더한 합이 19로 되여야 합니다. 그러므로 백의 자리에 있는 두 빈칸에 모두 9를 써야 합니다. 이렇게 하면 모든 빈칸에 써넣어야 할 수가 결정됩니다.

답은 다음의 산수식과 같습니다.

$$\begin{array}{rcccc} & & \boxed{9} & 8 & 1 \\ + & & \boxed{9} & 5 & \boxed{9} \\ \hline & \boxed{1} & 9 & 4 & \boxed{0} \end{array}$$

실례 2. 다음 산수식의 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

$$\begin{array}{rrrrr} & & & 1 & \square \\ + & & \square & \square & 3 \\ \hline & \square & \square & \square & 2 \end{array}$$

따져보기와 풀기

(1) **문제의 파악** 이 문제는 두자리수에 세자리수를 더하여 합이 네자리수로 되게 하는 더하기산수식입니다. 산수식에서 하나자리의 두 수가 주어져있고 하나자리수를 서로 더하면 열의 자리에 1이 올라가고 열의 자리수를 서로 더하면 백의 자리에 또 1이 올라가며 백의 자리수의 합에서 1이 천의 자리에 올라갑니다.

(2) **기본고리선택** 우의 따져보기로부터 알수있는바와 같이 하나자리의 빈칸에 써넣을 수를 찾는것이 기본고리입니다.

(3) **빈칸에 써넣을 수의 결정**

① 하나자리의 빈칸에 써넣을 수를 결정합시다.

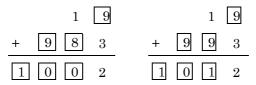
$\boxed{9}+3=12$이므로 하나자리의 빈칸에 9를 써야 합니다.

$$\begin{array}{rrrrr} & & & 1 & \boxed{9} \\ + & & \square & \square & 3 \\ \hline & \square & \square & \square & 2 \end{array}$$

② 천의 자리에 써넣을 수를 결정합시다. 천의 자리수는 백의 자리수의 합에서 올라오는 수이므로 1을 써야 합니다.

③ 백의 자리의 빈칸에 써넣을 수를 결정합시다. 두번째 더하는 수의 백의 자리의 수는 최대로 9일수 있고 합이 네자리수이므로 산수식의 열의 자리수의 합은 반드시 백의 자리에 1이 올라갈수 있어야 합니다. 그러므로 더하는수의 백의 자리수는 9여야 하며 합의 백의 자리에 0을 써야 합니다.

④ 열의 자리에 써넣을 수를 결정합시다.

산수식의 하나자리수를 더한 합에서 열의 자리에 1이 올라가고 열의 자리수를 더하면 또 백의 자리에 1이 올라가야 하므로 더하는수의 열의 자리의 빈칸에 8 또는 9를 쓸수 있습니다. 이 문제에는 다음과 같은 두 풀이가 있습니다.

실례 3. 덜기산수식 56□−□□7=□94의 매 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

따져보기와 풀기

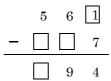
(1) **문제의 파악** 주어진 산수식을 세로식으로 다시 고쳐 씁시다. 이 문제는 세자리수에서 세 자리수를 던 결과가 세 자리수로 되는 덜기식입니다. 산수식에서 하나의 자리와 열의 자리에 각각 두수씩 주어져있고 하나자리는 열의 자리에서 1을 넘겨와야 하며 열의 자리는 또 백의 자리에서 1을 넘겨와야 합니다.

(2) **기본고리선택** (1)에서 따져보면 덜릴 수의 하나자리를 기본고리로 골라잡습니다. 다음 낮은 자리수로부터 차례로 높은 자리에 올라가면서 풀면 됩니다.

(3) **빈칸에 써넣을 수의 결정**

① 하나자리수를 결정합시다. 산수식에서 더는수의 하나자리수가 7이고 차의 하나자리수는 4이므로 덜기식에서의 관계식

차+더는수=덜릴수

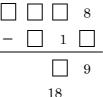
에 의하여 4+7=11이 됩니다. 그러므로 덜릴수의 하나자리수는 1이여야 하고 열의 자리는 1을 넘겨주어야 합니다. 이때의 산수식은 다음과 같습니다.

② 열의 자리수를 결정합시다.

①에서 준 산수식으로부터 알수 있는바와 같이 덜릴수의 열의 자리수에서 하나자리에 1을 넘겨주었으므로 5가 남습니다. 차의 열의 자리수가 9이므로 덜릴수의 열의 자리에 백의 자리에서 1을 넘겨와야 합니다. 즉 15−□=9입니다. 빈칸에 6을 써야 합니다. 이때 산수식은 다음과 같이 됩니다.

③ 백의 자리에 써넣을 수를 결정합시다. 우의 산수식에서 볼수 있는바와 같이 차의 백의 자리수가 0이 될수는 없습니다. 덜릴수의 백의 자리에 4가 남아있으므로 더는 수의 백의 자리수는 4보다 작아야 합니다. 즉 1, 2 또는 3일수 있습니다. 이렇게 하여 차의 백의 자리수가 결정되였습니다.

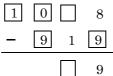
이 문제의 풀이는 다음과 같습니다.

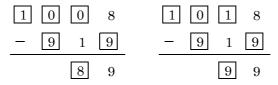
$$\begin{array}{r} 5\ 6\ \boxed{1} \\ -\ \boxed{1}\ \boxed{6}\ 7 \\ \hline \boxed{3}\ 9\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5\ 6\ \boxed{1} \\ -\ \boxed{2}\ \boxed{6}\ 7 \\ \hline \boxed{2}\ 9\ 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5\ 6\ \boxed{1} \\ -\ \boxed{3}\ \boxed{6}\ 7 \\ \hline \boxed{1}\ 9\ 4 \end{array}$$

실례 4. 다음의 세로덜기식의 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

따져보기와 풀기

(1) 먼저 하나자리수를 결정합시다. 산수식의 하나자리에서 그것의 차가 9이므로 덜리는 하나자리에 열의 자리에서 1을 빌려와야 합니다. 그런데 하나자리의 차가 9이므로 더는 수의 하나자리는 9여야 합니다.

(2) 천의 자리를 봅시다. 이 산수식은 네자리수에서 세자리수를 던 차가 두자리수로 되는 산수식이므로 덜리는 천의 자리수는 1이여야 합니다. 그 1을 백의 자리에 빌려주어야 합니다.

(3) 백의 자리수를 결정합시다. 차가 두자리수이므로 덜리는 백의 자리의 수는 0이여야 합니다. 백의 자리에서 열의 자리에 1을 빌려주어야 합니다. 이렇게 하여 백의 자리는 천의 자리에서 1을 빌려오고 열의 자리는 백의 자리에서 1을 빌려왔으므로 9가 남아있습니다. 9−9=0입니다. 그러므로 더는수의 백의 자리수는 9여야 합니다. 산수식은 다음과 같이 됩니다.

(4) 마지막으로 열의 자리를 따져봅시다. 백의 자리에서 열의 자리에 1을 빌려왔으므로 덜릴 수의 열의 자리는 0 또는 1이여야 합니다. 그러므로 차의 열의 자리는 8 또는 9여야 합니다.

이때 다음과 같은 두개의 풀이가 있습니다.

실례 5. 다음 산수식의 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

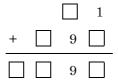
```
        □ 1
+    □ 9 □
─────────
□ □ 9 □
−    □ □ □
─────────
        □ 5
```

따져보기와 풀기

(1) **문제의 파악** 이 문제는 더하기, 덜기의 혼합셈법을 진행하여 빈칸에 써넣는 문제입니다. 더하기와 덜기를 갈라서 생각하면 더 간단해질것입니다.

(2) **기본고리선택** 더하기부분에서 열의 자리에 두 수가 주어져있습니다. 그러므로 열의 자리수가 문제해결의 기본고리로 됩니다.

(3) **빈칸에 써넣을 수의 결정**

더하기부분(오른쪽식)

① 열의 자리의 빈칸에 써넣을 수를 결정합시다.

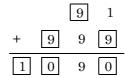
산수식에서 볼수 있는바와 같이 더하는수와 합의 열의 자리에 9가 있습니다. 그러므로 하나자리수의 합은 반드시 열의 자리에 1이 올라가야 하며 열의 자리수의 합도 백의 자리에 1이 올라가게 결정해야 합니다. 그러므로 산수식의 열의 자리는 □+9+1=19여야 합니다. 그러므로 더해질 열의 자리에 9를 써야 합니다.

② 하나자리수의 결정 하나자리에서 1+□의 합이 열의

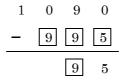
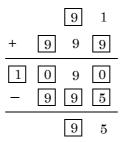
자리에 1이 올라가야 하므로 더하는수 □안에 9를 써넣어야 합니다. 따라서 합의 하나자리는 0이 됩니다.

③ 백의 자리와 천의 자리에 써넣어야 할 수의 결정 더해질수는 두자리수이고 더하는수는 세자리수이며 합은 네자리수이므로 백의 자리수를 더하면 반드시 천의 자리에 1이 올라가야 합니다. 이렇게 되자면 더하는수의 백의 자리에 9를 써야 하며 합의 천의 자리에 1, 백의 자리에 0을 써야 합니다. 이리하여 더하기부분은 다음과 같이 됩니다.

덜기부분(아래의 식)

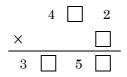
$$\begin{array}{rrrr} 1 & 0 & 9 & 0 \\ - & \square & \square & \square \\ \hline & & \square & 5 \end{array}$$

① 하나자리수의 결정 덜릴수의 하나자리수가 0이고 차의 하나자리수가 5이므로 더는수의 하나자리수는 5입니다. 그러므로 더는 부분의 산수식은 다음과 같이 됩니다.

$$\begin{array}{rrrr} 1 & 0 & 9 & 0 \\ - & \square & \square & \boxed{5} \\ \hline & & \square & 5 \end{array}$$

② 열의 자리수, 백의 자리수의 결정 덜릴수가 네자리수이고 더는수는 세자리수이며 차가 두자리수이므로 더는수의 백의 자리수는 9여야 하며 열의 자리에서 덜 때 반드시 백의 자리에서 1을 빌어와야 합니다. 따라서 더는수와 차의 열의 자리수는 9여야 합니다. 따라서 더는 부분의 산수식은 다음과 같이 됩니다.

이 문제의 답은 다음과 같습니다.

[설명] 우에서 더하기와 덜기의 산수식에 있는 몇개의 빈칸에 써넣어야 할 수를 찾을 때 산수식에 있는 주어진 몇개 수들사이의 관계와 특성에 의하여 차례로 따져봄으로써 빈칸의 수를 찾아내는 방법을 보았습니다. 이와 같은 방법은 빈칸이 들어있는 곱하기와 나누기산수식에 대해서도 그대로 쓸수 있습니다.

실례 6. 다음의 곱하기산수식에 들어있는 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

4 □ 2×□ =3 □ 5 □

즉

따져보기

(1) **문제의 파악** 이 문제는 세자리수에 한자리수를 곱한 적이 네자리수로 되는 곱하기산수식으로서 곱해질수와 적의 첫수가 주어져있습니다.

(2) **기본고리선택** 곱하는수를 알면 그밖에 빈칸은 쉽게 구해집니다. 그러므로 곱하는수를 결정하는것이 기본고리로 됩니다.

(3) **빈칸에 써넣을 수의 결정** 적의 하나자리도 빈칸이므로 하나자리부터 따져보는것은 불편합니다. 그런데 높은 자리에는 여러개 수가 주어져 있습니다. 곱해지는수의 백의 자리수 4와 적의 천의 자리수가 3이므로 곱하는 수의 범위는 7, 8, 9라는것을 알수 있습니다.

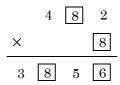
① 곱하는 수가 7일 때 적의 하나자리의 빈칸에 4를 쓰고 열의 자리에 1이 올라갑니다. 이것은 곱해질수의 열의 자리에 2를 쓰고 백의 자리에 1이 올라가게 합니다. 세로식은 다음과 같습니다.

	4	[2]	2
×			[7]
3	[ ]	5	[4]

그런데 이때 곱해질수의 4에 7을 곱하고 다시 열의 자리에서 백의 자리에 1을 올린것까지 생각하여도 천의 자리가 3이 되지 못합니다. 그러므로 7을 곱하는수로 잡을수 없습니다.

② 곱하는수가 8일 때 적의 하나자리는 6이 되고 열의 자리에 1이 올라갑니다. 따라서 곱해질수의 열의 자리에 3 또는 8을 써야 합니다. 열의 자리가 3일 때 열의 자리에서 백의 자리에 2가 올라가므로 백의 자리에 4가 있게 됩니다. 그 식은 다음과 같습니다.

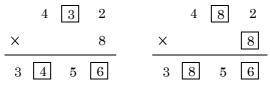
	4	[3]	2
×			[8]
3	[4]	5	[6]

열의 자리가 8일 때 열의 자리에서 백의 자리에 6이 올라가므로 적의 백의 자리에 있는 빈칸에 8을 써야 합니다. 그 식은 다음과 같습니다.

이때 두개의 풀이가 있습니다.

(3) **곱하는수가 9일 때** 적의 하나자리에 8을 써야 하고 백의 자리에 1이 올라갑니다. 이것은 곱해질수의 열의 자리에 6을 쓰고 백의 자리에 5가 올라가야 한다는것을 보여줍니다. 이때 세로식은 다음과 같습니다.

$$\begin{array}{rrrr} & 4 & \boxed{6} & 2 \\ \times & & & \boxed{9} \\ \hline 3 & \boxed{} & 5 & \boxed{8} \end{array}$$

그런데 이때 곱해질수의 백의 자리의 4에 9를 곱하고 열의 자리에서 백의 자리에 올라온 5를 더하면 적의 천의 자리가 3을 넘습니다. 이것은 곱하는수가 9로 될수 없다는것을 말해줍니다.

이 문제의 두 풀이는 다음과 같습니다.

이 실례를 푸는 과정을 살펴보면 알수 있는바와 같이 빈칸에 써넣을 수를 결정할 때 일반적으로 주어진 조건에 의하여 기본고리의 자리에 써넣을수 있는 가능한 수를 따져본 다음 검산하여야 합니다. 곱하기의 세로식에서 기본고리자리에 있는 수는 곱하는수이지만 자리올림에 특별히 주의하여야 합니다.

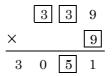
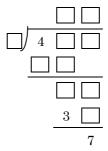
실례 7. 산수식 $\boxed{}\,\boxed{}\,9\times\boxed{} = 30\,\boxed{}\,1$의 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

따져보기와 풀기

(1) **문제의 파악** 산수식을 세로식형태로 씁니다.

이 식에서 곱해질수는 세자리수로서 하나자리수는 9이고 곱하는수는 한자리수이며 적은 네자리수입니다. 적의 천의 자리수는 3이고 적의 백의 자리수는 0이며 적의 하나자리수는 1입니다.

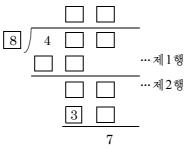
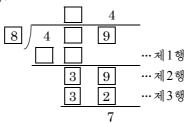
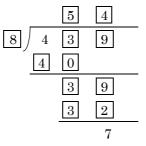
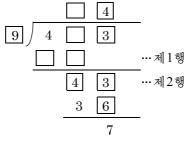
(2) **기본고리선택** 곱하는수가 한자리수이므로 곱하는수를 알면 곱하기법칙에 기초하여 세로식가운데서 나머지 빈칸의 수를 차례로 결정할수 있습니다. 그러므로 곱하는수가 기본고리로 됩니다. 이것이 문제풀이의 기본열쇠입니다.

(3) **빈칸에 써넣을 수의 결정** 적의 하나자리수가 1이므로 곱하는수가 9라는것을 알수 있습니다. 적의 앞의 두 수가 30이므로 곱해질수의 높은 자리(즉 백의 자리)의 수는 3입니다. 따라서 곱해질수의 열의 자리와 곱하는 수 9를 곱하면 백의 자리에 3이 올라갑니다. 이리하여 곱해질수의 열의 자리에 3을 써야 합니다. 따라서 이 문제의 풀이는 다음과 같습니다.

실례 8. 다음 나누기산수식의 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

따져보기와 풀기

(1) **문제의 파악** 이 문제의 나누는수는 한자리수이고 나머지가 있는 나누기식입니다.

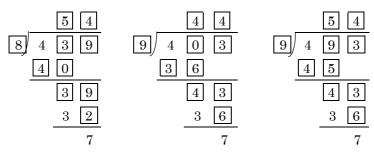
(2) **기본고리선택** 나누는수가 한자리수이므로 나누는수만 알면 세로식안에 있는 나머지빈칸의 수를 차례로 찾을수 있습니다. 그러므로 나누는수를 선택하는것이 기본고리입니다. 이것이 문제해결의 기본열쇠입니다.

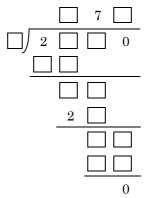
(3) **빈칸에 써넣을 수의 결정** 나머지가 7이므로 나머지가 나누는수보다 작아야 한다는 원칙에 기초하여 나누는수로 8 또는 9를 결정할수 있습니다.

① 나누는수가 8일 때

오른쪽식을 봅시다. 산수식을 살펴보면 상의 하나자리와 나누는수 8을 서로 곱하면 3□이 얻어지므로 상의 하나자리에 4를, 제3행에 있는 빈칸에 2를 써넣어야 합니다. 나머지가 7이 되게 하려면 산수식안의 두번째 행의 두 빈칸에 차례로 3과 9를 써넣어야 합니다. 이때 나누일수의 하나자리에 9를 써넣어야 합니다.

산수식을 더 살펴봅시다. 나누일수의 백의 자리는 4입니다. 나누일수의 앞의 두자리수에서 제1행을 덜면 또 나머지가 3이 됩니다. 상의 열의 자리가 5라는것을 구할수 있습니다. 이렇게 하여 나머지 빈칸도 쉽게 구합니다. 산수식은 다음과 같습니다.

② 나누는수가 9일 때 상의 하나자리와 나누는수 9를 서로 곱하면 3□이 얻어지므로 상의 하나자리에 4를 써야 하고 나머지가 7이므로 산수식에서 제2행의 빈칸에 차례로 4와 3을 쓰고 나누일수의 하나자리에도 3을 씁니다. 이때 산수식은 다음과 같이 됩니다.

나누일수의 백의 자리수는 4이고 나누는수가 9이므로 상의 열의 자리수는 4 또는 5입니다.

만일 상의 열의 자리에 4를 쓴다면 제1행의 빈칸에 차례로 3과 6을 써야 하고 나누일수의 열의 자리에 0을 써야 합니다. 그러면 조건이 만족됩니다.

만일 상의 열의 자리에 5를 쓴다면 제1행의 빈칸에 차례로 4와 5를 쓰고 나누일수의 열의 자리에 9를 써야 합니다.

이때도 조건이 만족됩니다. 이 문제의 세 풀이는 다음과 같습니다.

[설명] 이 문제를 푸는 과정을 통하여 나누는수와 상이 결정되면 나누일수와 나머지 빈칸에 써넣을 수가 결정된다는것을 알수 있습니다. 그러므로 나누기산수식에서 나누는수와 상을 선택하는것이 문제풀이의 기본열쇠로 됩니다.

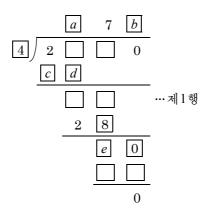
실례 9. 다음 산수식의 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

따져보기와 풀기

(1) **문제의 파악** 이 문제는 네자리수를 한자리수로 나누어 상이 세자리수로 되게 하고 상의 열의 자리수가 7이 되게 하는 문제입니다.

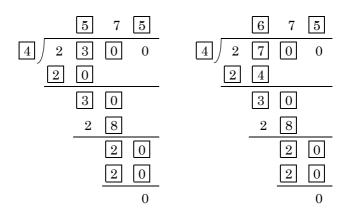
(2) **기본고리선택** 상의 열의 자리수가 주어지고 상의 열의자리수와 나누는수를 곱한 적이 2□이므로 나누는수가 가질수 있는 값은 3, 4입니다.

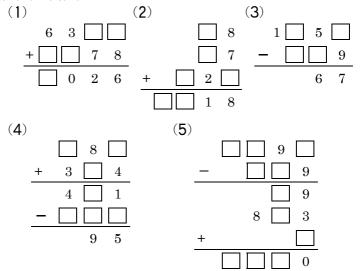
(3) **빈칸에 써넣을 수의 결정**

① 나누는수가 3일 때 산수식에서 나머지가 0이므로 나누는수 3과 상의 하나자리수를 곱한 적이 □0이 될수 없습니다. 그러므로 3이 나누는수로 될수 없습니다.

② 나누는수가 4일 때 계산하기에 편리하도록 산수식의 일부 빈칸을 글자로 대신합시다. 이때 산수식은 다음과 같이 됩니다.

산수식으로부터 $4\times b=e0$이므로 b는 5만을 취할수 있고 e는 b에 따라 2를 취하게 됩니다. 이렇게 하여 산수식의 제1행은 차례로 3과 0으로 됩니다.

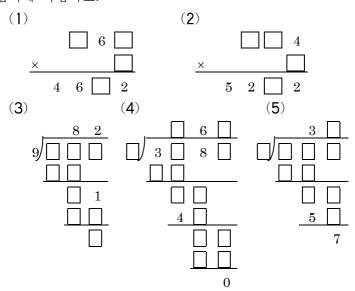
$4\times a=cd$, 2□$-cd=3$이므로 a로서는 5 또는 6을 취할수 있습니다. 이렇게 되면 나머지 빈칸에 써넣을 수도 결정됩니다.

나누는수×상=나누일수에 기초하여 나누일수가 575×4=2300 또 675×4=2700이 된다는것을 알수 있습니다. 이 문제의 두 풀이는 다음과 같습니다.

련습 2

1. 다음 산수식의 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

2. 다음 산수식의 빈칸에 알맞는 수를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

답 및 풀기방향

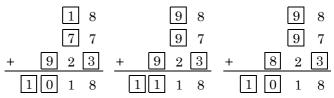
1. (1)

```
     6  3 [4][8]        6  3 [4][8]
 + [1][6] 7  8      + [2][6] 7  8
 ─────────────      ─────────────
   [8] 0  2  6        [9] 0  2  6
```

풀기 ① 먼저 하나자리수를 결정합니다. □+8=16이므로 더해질수의 하나자리수는 8입니다.

② 열의 자리수의 결정: □+7+1=12이므로 더해질수의 열의 자리는 4입니다.

③ 백의 자리수의 결정: 3+□+1=10이므로 더하는수의 백의 자리수는 6입니다.

④ 천의 자리수의 결정: 6+□+1=9이므로 더하는수의 천의 자리에 1을 쓸수도 있고 2를 쓸수도 있습니다.

(2)

풀기 ① 하나자리수의 결정: 8+7+□=18이므로 하나자리에 3을 써야 합니다.

② 백의 자리, 천의 자리수의 결정: 열의 자리수를 더하면 백의 자리에 1 또는 2가 올라가므로 세번째 더하는수의 백의 자리는 9 또는 8이 되여야 하며 합의 백의 자리는 0 또는 1이고 합의 천의 자리는 1이여야 합니다.

③ 열의 자리수의 결정: □+□+2+1=11이므로 □+□=8이여야 합니다. 그러므로 1+7=8, 9+9=18이 됩니다.

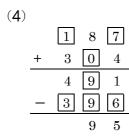
(3)

```
   1 [0] 5 [6]
−   [9][8] 9
─────────────
         6  7
```

풀기 ① 하나자리수의 결정: 덜릴수의 하나자리는 □−9=7이므로 6입니다.

② 열의 자리수의 결정: 더는수의 열의 자리는 5−□=6이므로 8입니다.

③ 백의 자리수의 결정: 덜릴수의 백의 자리는 0이고 더는수의 백의 자리는 9입니다.

(4)

풀기 더하기부분

① 하나자리수의 결정: 더해질수의 하나자리수는 7입니다.

② 백의 자리수의 결정: 더해질수의 백의 자리수는 1입니다.

③ 열의 자리수의 결정: 더하는 수의 열의 자리수는 0이고 합의 열의 자리수는 9입니다.

덜기부분

① 하나자리수의 결정: 더는 수의 하나자리수는 6입니다.

② 열의 자리수의 결정: 더는 수의 열의 자리수는 9이고 덜릴수의 열의 자리수도 9입니다.

③ 백의 자리수의 결정: 더는 수의 백의 자리수는 3입니다.

(5)

$$\begin{array}{rcccc} & \boxed{1} & \boxed{0} & 9 & \boxed{8} \\ - & & \boxed{9} & \boxed{9} & 9 \\ \hline & & & \boxed{9} & \boxed{9} \\ & & 8 & \boxed{9} & 3 \\ + & & & & \boxed{8} \\ \hline & \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{0} & 0 \end{array}$$

풀기 덜기부분

① 하나자리수의 결정: 덜릴수의 하나자리는 $\square-9=9$이므로 8입니다.

② 천의 자리수의 결정: 덜릴수의 천의 자리수는 1입니다.

③ 백의 자리수의 결정: 덜릴수의 백의 자리수는 0이고 더는 수의 백의 자리수는 9입니다.

④ 열의 자리수의 결정: 더는 수의 열의 자리수는 9이고 차의 열의 자리수는 9입니다.

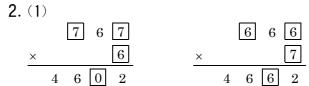
더하기부분

① 천의 자리수의 결정: 합의 천의 자리수는 1입니다.

② 백의 자리수의 결정: 합의 백의 자리수는 0입니다.

③ 열의 자리수의 결정: 첫번째 더하는수의 열의 자리수는 9이고 합의 열의 자리수는 0입니다.

④ 하나자리수의 결정: 두번째 더하는수의 하나자리수는 8입니다.

2. (1)

풀기 곱해질수의 하나자리수와 곱하는수를 서로 곱한 적의 하나자리수 2가 문제풀이의 기본고리입니다. 두 한자리수를 곱한 적의 하나자리수가 2인 산수식은 다음과 같습니다.

$1\times2=2$　　$2\times6=12$　　$3\times4=12$

$4\times8=32$　　$6\times7=42$　　$8\times9=72$

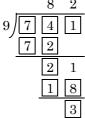
곱해질수의 백의 자리수와 곱하는수의 적에 열의 자리에서 올라온것을 더한 결과는 46입니다. 그러므로 곱하는 수로는 6, 7, 8, 9를 취할수 있습니다. 마지막으로 이 수들을 써서 따져봅니다.

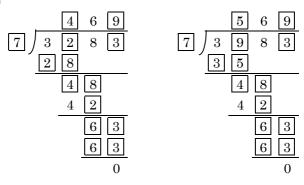
(2)

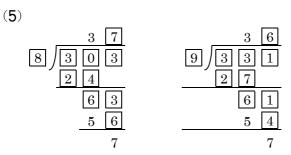
$$\begin{array}{r} \boxed{6}\,\boxed{5}\,4 \\ \times\qquad\boxed{8} \\ \hline 5\,2\,\boxed{3}\,2 \end{array}$$

풀기 곱해질수의 하나자리수 4에 곱하는수를 곱한 적의 하나자리수가 2이므로 곱하는수는 3 또는 8이여야 합니다.

그런데 곱하는 수로서 3을 선택하면 그 적이 52□2로 될수 없으므로 곱하는 수로서 8을 선택하여야 합니다. 다음 곱해질수의 첫자리수로 6을 선택하고 마지막에 곱해질수의 열의 자리수로 5를 선택합니다.

(3)

풀기 이 문제를 푸는 기본고리는 나누일수를 구하는것이고 나누일수를 구할 때의 기본고리는 나머지를 구하는것입니다. 나누는수 9와 상의 하나자리수 2를 곱한 적이 18이고 나누일수의 하나자리수가 1이고 나머지는 나누는수보다 작아야 하므로 나머지는 3이여야 합니다. 마지막에 나누일수를 구하면 됩니다.

(4)

풀기 나누는수와 상의 열의 자리수 6을 곱한 적이 4□이고 48보다 작으므로 나누는수는 7이여야 합니다. 따라서 상의 하나자리수는 9여야 합니다. 마지막에 $7 \times \square < 3\ \square$에 의하여 상의 백의 자리수가 4 또는 5라는것을 알수 있습니다.

(5)

풀기 나머지가 7이므로 나누는수는 8 또는 9여야 한다는 것을 알수 있습니다. 나누는수와 상의 하나자리수를 곱한 적이 5□이라는데 기초하여 상의 하나자리수를 결정합니다. 마지막에 나누일수를 결정하면 두개의 풀이가 얻어집니다.

제3절. 도형의 개수세기기교

이 절에서는 흔히 볼수 있는 도형 실례를 들면 선분, 3각형, 직4각형, 바른3각형 등의 개수세기를 고찰합니다. 도형의 개수세기규칙을 찾는것은 학생들로 하여금 일정한 순서에 따라 관찰하고 생각하여 문제를 푸는 능력을 키울수 있게 합니다.

가장 기본적인 도형은 선분입니다. 두 점을 맺는 직선을 선분이라고 부릅니다.

이 두 점을 선분의 끝점이라고 부릅니다. 그림 3－1에 선분을 표시하였습니다.

그림 3－1

선분을 리용하여 3각형, 직4각형, 바른4각형, 제형 등 여러가지 다각형을 만들수 있고 이 도형들을 결합시켜 여러가

지 도형을 만들수 있습니다. 선분은 여러가지 도형과 밀접히 련관되여있어 여러가지 도형을 배우는 기초로 됩니다.

실례 1. 그림 3−2에 있는 선분의 개수를 세여보십시오.

따져보기

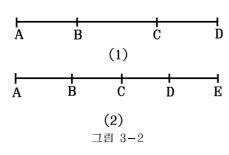



그림 3−2

선분은 직선우에 있는 두 점사이의 한 부분이므로 만일 직선우의 점의 개수만 알면 선분의 총 개수도 알수 있습니다. 선분의 총 개수를 셀 때 반복되지도 않고 빼놓지도 않게 하려면 차례로 규칙을 찾아 세는것이 좋습니다. 이제 서로 다른 두가지 규칙에 따라 세여봅시다.

첫번째 방법: 선분의 끝점을 기준으로 잡습니다.

그림 3−2(1)에서 왼쪽으로부터 오른쪽으로 가면서 차례로 살펴봅시다. 왼쪽 끝점이 A인 선분은 AB, AC, AD의 3개이고 끝점이 B인 선분은 BC, BD의 2개이며 끝점이 C인 선분은 CD뿐입니다. 그러므로 AD우에 있는 선분은 모두 3+2+1=6(개)입니다.

두번째 방법: 기본선분의 개수를 기준으로 잡습니다.

그림 3−2(2)에서 보면 선분 AE우에 3개의 나누는 점이 있습니다(끝점 A와 E는 나누는 점에 포함시키지 않습니다). 3개의 나누는 점 B, C, D는 AE를 4개의 선분 AB, BC, CD, DE를 갈라놓습니다. 이 선분들에는 끝점외 다른 나누는점이 없습니다. 이와 같은 선분을 기본선분이라고 부릅니다. 따라서 한개의 기본선분으로 된 선분으로는 AB, BC, CD, DE의 4개가 있으며 2개의 기본선분으로 된 선분으로는 AC, BD, CE의 3개가 있으며 3개의 기본선분으로 된 선분은 AD, BE의 2개이며 4개의 기본선분으로 된 선분은 AE의 1개입니다. 그러므로 AE우에는 모두

$$4+3+2+1=10$$

개의 선분이 있습니다.

그림 3－2에 있는 두 도형을 각각 이와 같은 두가지 방법으로 세여 얻은 결과는 같습니다.

풀기 （1） 3+2+1=6(개)

（2） 4+3+2+1=10(개)

이 두 식을 살펴보고 다음과 같은것을 생각하여보십시오.

(1) 산수식에 어떤 특성이 있습니까?

(2) 산수식에서 제일 큰수와 선분우에 있는 나누는 점의 개수사이에 어떤 관계가 있습니까?

먼저 두가지방법으로 구한 식과 결과가 같다는것을 알수 있습니다.

다음 두번째방법으로 구한것이 즉 기본선분을 기준으로 구한것이 보다 명백하고 간단하다는것을 알수 있습니다. 산수식의 더하는수는 모두 일정한 규칙에 따라 배렬한 수입니다. 그 규칙은 련이어 있는 자연수의 합으로서 가장 작은 더하는수는 1입니다. 이렇게 련이어 있는 자연수렬을 찾는 기본고리는 그가운데서 제일 큰 자연수를 찾는것입니다. 이 제일 큰 자연수와 세려는 선분의 기본선분의 수가 같습니다. 또는 세려는 선분우의 나누는 점(두 끝점은 포함되지 않습니다.)의 개수에 1을 더한것과 같습니다.

A B

그림 3－3

실례를 들어 그림 3－3에 표시된 선분의 총 개수를 세여봅시다.

선분 AB우에 나누는 점이 6개 있고 기본선분의 개수는 6+1=7이므로 선분 AB우에 있는 선분의 총 개수는 7+6+5+4+3+2+1=28(개)입니다.

이제 선분의 총 개수를 세는 일반규칙을 찾아봅시다.

만일 선분 AB우에 n개의 나누는 점(끝점 AB는 포함되지 않습니다.)이 있으면 n+1개의 기본선분이 있으므로 선분 AB우의 선분의 총 수는

$$(n+1)+n+\cdots+3+2+1 \qquad (*)$$

과 같게 됩니다.

그러므로 선분의 총 개수를 셀 때 선분우의 나누는 점의 개수만 세면 우의 공식(*)을 리용하여 쉽게 구할수 있습니다.

생각할 문제 1. 그림 3−4에서 선분 AB우에 만일 n개의 나누는점이 있고 선분의 총 개수가 5050개라면 그림의 선분우에 몇개의 나누는점이 있겠습니까?

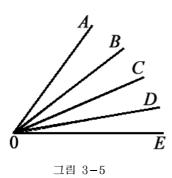
그림 3−4

우에서 지적한 선분을 세는 방법을 리용하여 이와 비슷한 규칙에 따라 구성된 그밖의 도형 실례를 들면 각, 3각형의 개수를 세는 문제도 쉽게 풀수 있습니다.

실례 2. 그림 3−5에 예각이 몇개 있겠습니까?

따져보기

그림 3−5에 있는 매개 예각의 구성규칙을 찾아봅시다.

그림 3−5

임의의 두 반직선사이의 한개 부분은 모두 한개의 예각을 만드는데 이것은 직선우의 임의의 두 점사이의 부분이 한개의 선분을 만드는것과 꼭 같습니다. 그러므로 선분을 세는 방법을 리용하여 예각을 계산할수 있습니다.

그림에 몇개의 기본예각이 있는가를 봅시다. 기본예각은 ∠AOB, ∠BOC, ∠COD, ∠DOE의 4개입니다. 두개의 기본예각으로 된 예각이 몇개인가를 다시 봅시다. 그것은 ∠AOC, ∠BOD, ∠COE의 3개입니다. 차례로 다시 3개의 기본예각, 4개의 기본예각으로 된 예각이 몇개인가를 봅시다.

풀기 그림에 있는 예각은 모두

$$4+3+2+1=10(\text{개})$$

입니다.

이 식에서 볼수 있는바와 같이 이 식도 련이어 있는 자연수의 합입니다.

실례 3. 그림 3−6에 몇개의 3각형이 있습니까?

따져보기

그림 3−6(1)에 있는 3각형의 구성규칙을 살펴보고 △OAB의 변 AB우의 매 선분은 모두 점 O와 함께 한개의 3각형을 만든다는것을 알수 있습니다. 즉 밑변 AB우에 몇개의 선분이 있다면 그것이 이 그림 3−6에 있는 3각형의 개수로 됩니다. 밑변 AB우에 4개의 나누는점이 있으므로 4+1=5개의 기본선분이 있게 됩니다. 그러므로 5+4+3+2+1=15개의 선분이 있습니다. 즉 3각형은 15개입니다.

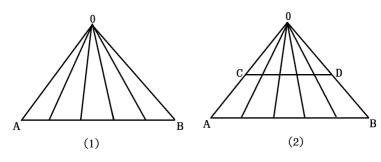



그림 3−6

그림 3−6(1)에 있는 3각형의 구성규칙을 다음과 같이 따져볼수도 있습니다. 밑변 AB우에 5개의 기본선분이 있는데 이 5개의 기본선분과 정점 O는 5개의 기본3각형을 만듭니다. 그러므로 도형안에 있는 3각형의 개수는 5+4+3+2+1=15(개)입니다.

다시 그림 3−6(2)를 봅시다. 이 도형은 그림 3−6(1)에 한개의 가름선을 그은것이므로 3각형의 개수는 밑변 AB와 가름선 CD우에 있는 모든 3각형의 개수의 합입니다. 이것은 그림 3−6(1)에 있는 3각형개수의 2배입니다.

풀기 3각형의 개수는 각각

(1) 5+4+3+2+1=15(개)

(2) (5+4+3+2+1)×2=30(개)

입니다.

[설명] 웃식에서 볼수 있는바와 같이 3각형의 개수를 세는 식도 련이어있는 자연수의 합이며 선분을 세는 식과 마찬가지입니다. 그러므로 선분의 개수를 세는 방법으로 3각형의 총 개수를 구할수 있습니다.

실례 4. 그림 3－7에 몇개의 선분이 있습니까?

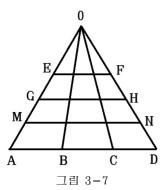



그림 3－7

따져보기

그림 3－7에 있는 선분의 구성규칙과 특성을 구체적으로 살펴보면 선분 한개는 경사져있고 다른 선분은 수평이라는것을 알수 있습니다.

이제 두가지 경우로 갈라서 선분의 개수를 구합시다.

첫번째 경우, 경사진 선분 OA, OB, OC, OD인 경우 이 4개의 선분들은 EF, GH, MN과 사귀므로 그것들의 웃면에 있는 나누는 점의 개수는 꼭 같으므로 매 선분우의 선분의 총 개수도 꼭 같습니다.

두번째 경우, 수평인 4개의 선분 EF, GH, MN, AD인 경우 그것들은 모두 선분 OB, OC와 사귀므로 그것들의 매 선분의 총 개수도 꼭 같습니다.

풀기 (1) 경사진 선분 OA, OB, OC, OD우의 선분의 총수는

(4+3+2+1)×4=40(개)

(2) 수평선분 EF, GH, MN, AD우의 선분의 총수는

(3+2+1)×4=24(개)

입니다. 그러므로 그림에 있는 선분의 총수는

40+24=64(개)

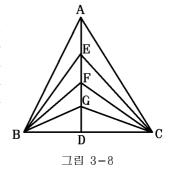
입니다.

실례 5. 그림 3−8에 몇개의 3각형이 있습니까?

따져보기

그림 3−8

△ABC의 구성규칙을 살펴보면 그것은 두개의 3각형 ABD와 ADC를 합쳐서 만든것이라고 볼수 있습니다. 그러므로 3각형 ABD와 3각형 ADC를 갈라서 계산한 다음 다시 합치면 됩니다.

△ABD안에 있는 3각형의 개수는

$$4+3+2+1=10(\text{개})$$

이고 △ACD안에 있는 3각형의 개수도

$$4+3+2+1=10(\text{개})$$

입니다.

두 3각형 ABD와 ADC를 합치면 밑변이 BC이고 정점이 A, E, F, G인 4개의 3각형이 더 얻어집니다. 그러므로 3각형의 총 개수는 10+10+4=24(개)입니다.

답 3각형의 개수는

$$(4+3+2+1)\times 2+4=24(\text{개})$$

입니다.

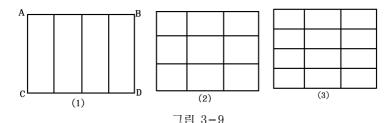
생각할 문제 2. A역에서 B역까지 기차로 가는데 모두 10개의 역이 있습니다(A역과 B역을 포함). 역과 역사이에 구간이 모두 몇개 있습니까?

답 1. 모두 8개의 나누는 점

2. 모두 (9+8+7+6+5+4+3+2+1=)45개 구간

이상에서 주로 선분, 각, 3각형의 개수를 세는 규칙을 보았습니다. 이제 선분의 개수세기와 관계되는 직4각형과 바른 4각형을 세는 방법을 보기로 합시다.

실례 6. 그림 3−9에 몇개의 직4각형(바른 4각형도 직4각형으로 봅니다.)이 있습니까?

그림 3-9

따져보기

직4각형의 개수세기와 선분의 개수세기는 밀접히 련관되여있습니다. 다음과 같이 생각할수 있습니다. 먼저 변 AB우에 있는 선분의 개수를 세고 매개 선분을 각각 직4각형의 길이로 봅니다. 다시 AD우에 있는 선분의 개수를 세고 매개 선분을 직4각형의 너비로 봅니다. 매 길이에 매 너비를 결합시키면 한개의 직4각형이 얻어집니다. 이렇게 하면 직4각형의 개수가 결정됩니다. 매 그림에서 직4각형의 개수를 구합시다.

(1) AD를 너비로 생각하고 AB우에 있는 서로 다른 선분을 길이로 생각하면 직4각형이 얻어집니다. AB우에 (4+3+2+1=)10개의 선분이 있으므로 그림 (1)에 있는 직4각형은

$$(4+3+2+1)\times 1=10(\text{개})$$

입니다.

(2) 그림 (2)와 그림 (1)의 차이점은 AD우에 (2+1=)3개의 선분 즉 3개의 너비가 있다는것입니다. 이 3개의 너비가 AB우에 있는 서로 다른 선분과 결합되여 직4각형을 만들기때문에 그림 (2)에 있는 직4각형은

$$(4+3+2+1)\times(2+1)=30(\text{개})$$

입니다.

(3) 우와 같이 생각하면 AD우에 4+3+2+1개의 선분이 있고 AB우에 4+3+2+1개의 선분이 있으므로 그림 (3)에 있는 직4각형의 개수는

$$(4+3+2+1)\times(4+3+2+1)=100(\text{개})$$

입니다.

답 그림(1)에 4+3+2+1=10개의 직4각형이 있습니다.

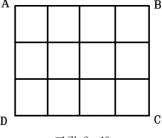
그림(2)에 (4+3+2+1)×(2+1)=10×3=30개의 직4각형이 있습니다.

그림(3)에는 (4+3+2+1)×(4+3+2+1)=10×10=100(개)의 직4각형이 있습니다.

실례 7. 그림 3－10에 몇개의 바른4각형이 있습니까?

따져보기

그림 3－10

바른4각형은 길이와 너비가 같은 직4각형이므로 바른 4각형을 셀 때 직4각형의 개수를 세는 방법을 그대로 옮겨놓아서는 안됩니다. 바른4각형의 특성에 의하여 가르는 방법을 써서 세는것이 더 편리합니다. 그림 3－10에 있는 작은 바른4각형의 한변의 길이를 1길이단위로 생각하고 계산방법을 다음과 같이 갈라봅시다.

(1) 변의 길이가 1길이단위인 바른4각형

변 AB우에 1길이단위인 선분이 5개 있고 변 AD우에 1길이단위인 선분이 3개 있으므로 변의 길이가 1길이단위인 바른4각형은 5×3개 있습니다.

(2) 변의 길이가 2길이단위인 바른4각형

변 AB우에 2길이단위인 선분이 4개 있고 변 AD우에 2길이단위인 선분이 2개 있으므로 한변의 길이가 2길이단위인 바른4각형은 모두 4×2개 있습니다.

(3) 변의 길이가 3길이단위인 바른4각형

변 AB우에 3길이단위인 선분이 3개 있고 변 AD우에 3길이단위인 선분이 1개뿐이므로 한변의 길이가 3길이단위인 바른4각형은 3×1개 있습니다.

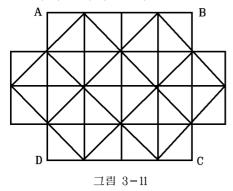
답 그림 3－10에 있는 바른4각형은 모두

$$5\times3+4\times2+3\times1=15+8+3=26(\text{개})$$

입니다.

실례 8. 그림 3－11에 몇개의 바른4각형이 있습니까?

따져보기와 풀기

그림 3－11

도형안에 있는 바른4각형의 개수를 계산하기 위하여서는 도형을 다음과 같이 3개의 부분으로 갈라서 생각할수 있습니다.

(1) 중간부분: 바른 4각형 ABCD안에 있는 바른4각형의 개수는

$$4\times4+3\times3+2\times2+1=30(\text{개})$$

입니다.

(2) 아래부분과 웃부분: 그림에서 아래부분과 웃부분은 대칭입니다. 그가운데 변의 길이가 1길이단위인 바른4각형은 4개, 변의 길이가 2길이단위인 바른4각형이 2개 있으므로 모두 4+2=6개의 바른4각형이 있습니다.

(3) 왼쪽부분과 오른쪽부분: 왼쪽과 오른쪽의 두 부분도 대칭입니다. 그가운데 변의 길이가 1길이단위인 바른4각형이 7개 있고 변의 길이가 2길이단위인 바른4각형이 2개 있습니다. 따라서 왼쪽과 오른쪽부분에 있는 바른4각형의 개수는 모두 (7+2=)9개 있습니다.

답 (1), (2), (3)에 의하여 그림 3－11에는

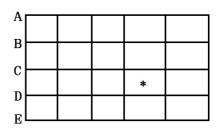
$$30+6+9=45(\text{개})$$

의 바른4각형이 있습니다.

실례 9. 그림 3－12에서 별표 ＊를 포함하는 직4각형의 개수를 구하십시오.

따져보기와 풀기

그림 3-12

이 문제의 특성에 기초하여 갈라서 계산하는것이 좋습니다. 직4각형의 너비에 따라 가른 다음 별표 *를 포함하는 직4각형의 개수를 계산합니다.

(1) **너비가 CD인 경우** 별표 *를 포함한 직4각형은 12개입니다.

(2) **너비가 BD 또는 CE인 경우** 별표 *를 포함하는 직4각형은 12×2개입니다.

(3) **너비가 AD 또는 BE인 경우** 별표 *를 포함하는 직4각형은 모두 12×2개입니다.

(4) **너비가 AE인 경우** 별표 *를 포함하는 직4각형은 모두 12개입니다.

답 우의 (1), (2), (3), (4)에 의하여 그림 3-12에는 직4각형이 모두

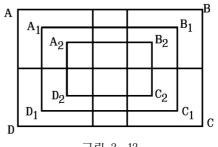
$$12+12\times2+12\times2+12=12\times6=72(\text{개})$$

입니다.

실례 10. 그림 3-13에 몇개의 직4각형이 있습니까?

따져보기

그림 3-13

그림 3-13에서 만일 직4각형 $A_1B_1C_1D_1$와 $A_2B_2C_2D_2$을 지워버리거나 또는 직4각형 ABCD와 $A_2B_2C_2D_2$을 지워버리거나 또는 직4각형 ABCD와 $A_1B_1C_1D_1$를 지워버리면 남아있는 부분에 들어

있는 직4각형의 개수는 앞의 규칙에 따라 쉽게 계산할수 있습니다. 이제 그림 3－14에서 일부를 지우고 쉽게 셀수 있는 도형으로 넘긴 다음 다시 포함시키는 방법으로 계산합시다.

답 (1) **그림 3－13** (1)**인 경우**

이 그림에 있는 직4각형의 개수는

$$[(3+2+1)\times(2+1)=]18(\text{개})$$

입니다.

(2) **그림 3－13** (2)**인 경우**

새로 생긴 직4각형 즉 (1)인 경우를 세지 않은 직4각형의 개수는

$$[(3+2+1)\times(2+1)+1\times2\times2]=22(\text{개})$$

입니다.

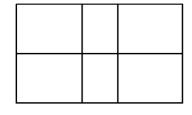
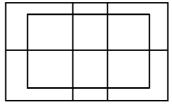
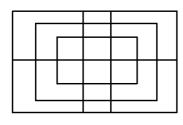



그림 3－13 (1)

그림 3－13 (2)

그림 3－13 (3)

(3)**인 경우** 즉 새로 생긴 직4각형의 개수 다시말하면 (1), (2)에 포함되지 않은 직4각형의 개수는

$$(3+2+1)\times(2+1)+1\times2\times2+1\times2\times2=26(\text{개})$$

입니다. 그러므로 그림 3－13에 있는 직4각형은 모두

$$(3+2+1)\times(2+1)\times3+1\times2\times2\times3=54+12=66(\text{개})$$

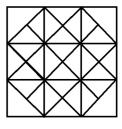
입니다.

실례 11. 그림 3－14에 몇개의 직4각형이 있습니까?

그림 3－14

따져보기

그림 3－14에서 볼수 있는바와 같이 그림에 3각형과 바른4각형이 함께 들어있으므로 도형을 쉽게 계산할수 있도록 다시 그려서 세는것이 편리합니다.

풀기 (1) 그림 3－14 (1)에 있는 직4각형은

$$(3+2+1)\times(3+2+1)=36\text{개}$$

입니다.

(2) 그림 3－14 (2)에 있는 직4각형은 ((1)에서 세지 않은 새로 생긴 직4각형의 개수)

$$(4+3+2+1)\times(2+1)=30\text{개}$$

입니다.

(3) 그림 3－14 (3)에 새로 생긴 직4각형의 개수 즉 (1), (2)에서 세지 않은 직4각형은

$$(4+3+2+1)\times(2+1)-(2+1)\times(2+1)=21\text{개}$$

입니다.

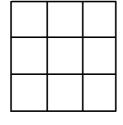
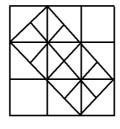
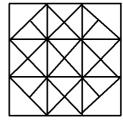



그림 3－14 (1)

그림 3－14 (2)

그림 3－14 (3)

그러므로 그림 3－14에 있는 바른4각형은 모두

$(3+2+1)\times(3+2+1)+(4+3+2+1)\times(2+1)\times 2-(2+1)\times(2+1)=36+60-9=87$개

입니다.

[설명] 이 실례에서 쓴 방법을 도형의 재현법(다시 나타낸다는 뜻)이라고 부릅니다.

사실상 그림을 다시 그리는 과정은 규칙을 파악하고 따져보는 과정입니다. 이 방법을 쓸 때 매 걸음마다 새로 생겨나는 도형의 개수에 주의해야 하며 동시에 두 걸음에서 합친 도형에 반복된것이 없는가에 주목을 돌려야 합니다.

련습 3

1. 그림 3－15에 몇개의 선분이 있습니까?
2. 그림 3－16에 몇개의 3각형이 있습니까?

그림 3－15

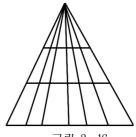



그림 3－16

3. 그림 3－17에 예각이 모두 몇개 있습니까?
4. 그림 3－18에 몇개의 3각형이 있습니까?

그림 3－17

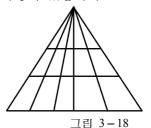
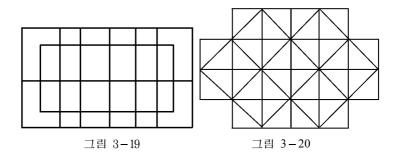
그림 3－18

5. 그림 3－19에 몇개의 직4각형이 있습니까?
6. 그림 3－20에 몇개의 바른4각형이 있습니까?

그림 3-19　　　　그림 3-20

답 및 풀기방향

1. 답 49개
   $(7+6+5+4+3+2+1)+(6+5+4+3+2+1)=49$(개)
2. 63개
   $(6+5+4+3+2+1)\times 3=21\times 3=63$(개)
3. 28개
   $7+6+5+4+3+2+1=28$(개)
4. 45개
5. $(6+5+4+3+2+1)\times(2+1)\times 2+(4+3+2+1)\times 2\times 2=166$(개)
6. 45개
   $(4\times 4+3\times 3+2\times 2+1)+2\times 2+1+(6\times 2+5\times 1)-(4\times 2+3\times 1)+4$
   $=30+5+17-11+4=45$(개)

제4절. 방진문제

방진문제는 일상 생활에서 흔히 볼수 있는 문제입니다. 례를 들면 군대의 무력시위나 학교에서의 사열행진 등에서 바른4각형모양의 대렬을 지어 주석단앞을 지나간다든가, 바른4각형모양의 운동장에 여러가지 색기발을 꽂거나 바른4각

형모양의 꽃밭을 만드는것과 같은것입니다. 이와 같은 실천적문제들에는 매우 흥미있는 수학문제가 숨어있습니다. 이것을 방진문제라고 부릅니다.

3×3(3행3렬)인 바른4각형안에 1~9까지 9개의 수가 잇닿아있는 자연수를 써넣어(반복되는 수도 없고 빼놓는 수도 없이) 매개 행, 매개 렬, 매 대각선우의 세 자연수의 합이 모두 꼭 같게 하였다면 이런 도형을 3차방진이라고 부릅니다.

또 4×4(4행4렬)인 바른4각형안에 잇닿아있는 16개의 자연수를 써넣어 (반복되거나 빼놓지도 말아야 한다) 매 행, 매 렬, 매 대각선우에 있는 네 수의 합이 같게 하였다면 이런 도형을 4차방진이라고 부릅니다.

이렇게 방진은 하나의 수자유희입니다. 방진은 3차, 4차 방진뿐아니라 5차, 6차 …등의 방진도 있습니다.

실례 1. 1~9까지의 9개의 수자를 3차방진의 빈칸에 써넣어 매 행, 매 렬, 두 대각선우의 합이 같게 하십시오.

따져보기

그림 4-1

a	b	c
d	e	f
g	h	i

그림 4-2

그림 4-2와 같이 먼저 a, b, c, …, h, i를 그림 4-1의 매 빈칸에 써넣어 그림 4-2를 얻습니다.

(1) 문제의 파악

먼저 구하려는 세 수의 합이 얼마이겠는가를 예측해야 하며 그림 4-2에서 e가 기본적인 수라는것을 알아야 합니다. 수 e는 각각 제2행, 제2렬 및 대각선우에 있는 다른 두 수와 더해야 할 수로서 합이 같게 하는 결정적인 역할을 하게 됩니다. 다음 3차방진의 네 구석에 있는 a, c, g, i는 각각 제1행 제1렬 및 대각선우의 합계산에 참가합니다. 만일 수 e와 네 구석에 있는 수가 결정되면 나머지 수는 세 수의 합이 얼마인가에 따라 쉽게 결정됩니다.

(2) 세 수의 합구하기

$$합=(1+2+3+4+5+6+7+8+9)\div 3=45\div 3=15$$

(3) **기본고리선택**

여기서 기본고리수는 e입니다.

$$a+e+i=b+e+h=c+e+g=d+e+f=15$$

이므로 $(a+e+i)+(b+e+h)+(c+e+g)+(d+e+f)=15+15+15+15=60$ 입니다. 즉

$$(a+b+c+d+e+f+g+h+i)+3\times e=60$$

입니다.

$$a+b+c+d+e+f+g+h+i=45$$

이므로 $45+3\times e=60$이고 따라서 $3\times e=60-45$이고 $e=5$가 얻어집니다.

그러므로 그림 4－1의 가운데 있는 칸에 수 $e=5$를 써야합니다. 이 수는 1~9의 9개 수들가운데서 가운데수라는데 특별한 주목을 돌려야 합니다.

(4) **네 구석에 있는 수 a, c, g, i의 특성**

a부터 따져봅시다. a가 홀수인가 아니면 짝수인가를 따집시다.

만일 a가 홀수라면 $a+i=10$이므로 i도 홀수여야 합니다. $a+d+g=15$이므로 d와 g는 다 같이 홀수 또는 짝수여야 합니다. 두가지 경우로 갈라봅시다.

① d, g가 모두 홀수일 때 $d+e+f=15$, $g+h+i=15$(여기서 e, i는 모두 홀수)이므로 f, h도 홀수여야 합니다. 이때 그림 4－1에 써넣어야 할 수는 a, d, e, f, g, h, i의 7개 홀수입니다. 그런데 수 1~9의 9개가운데서 5개만이 홀수입니다. 이것은 모순입니다. 그러므로 d, g는 홀수일수 없습니다.

② d, g가 다 같이 짝수일 때 $d+f=10$, $g+h+i=15$, $c+g=10$인데 i가 홀수이므로 f, h, c는 짝수여야 합니다. 따라서 c, d, f, g, h의 5개의 수는 짝수입니다. 그런데 수 1~9의 9개 가운데서 짝수가 4개뿐이므로 이것은 모순입니다. 즉 d, g가 모두 짝수일수 없습니다. 따라서 a는 홀수가 아니고 짝수입니다. $a+i=10$이므로 i도 짝수여야 합니다.

꼭 같은 방법으로 c, g도 짝수여야 한다는것을 알수 있습니다. 즉 그림 4－1의 네 구석에 있는 수는 모두 짝수여야 합니다.

(5) 방진의 빈칸에 수를 써넣기

e=5이고 a, c, g, i가 짝수이므로 a의 값범위는 2, 4, 6, 8의 네개 수입니다. 합이 15이여야 한다는데 기초하여 계산해봅시다.

a=2일 때 i=8이고 c로는 4, 6을 취할수 있습니다. 만일 c=4이면 g=6, b=9, d=7, f=3, h=1이 됩니다. 만일 c=6이면 g=4, b=7, d=9, f=1, h=3이 됩니다. 이렇게 하여 3차방진 두개가 얻어집니다.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

2	7	6
9	5	1
4	3	8

4	3	8
9	5	1
2	7	6

4	9	2
3	5	7
8	1	6

6	1	8
7	5	3
2	9	4

6	7	2
1	5	9
8	3	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

8	3	4
1	5	9
6	7	2

그림 4-3

a=4, 6, 8일 때 우와 같은 방법으로 계산해보십시오.

1~9의 9개 수를 리용하여 그림 4-3과 같은 8개 방진을 만들수 있습니다.

[설명] 그림 4-3에 있는 8개의 3차 방진들가운데서 임의의 한개 방진은 거기에 있는 수를 적당히 조절하거나 회전

시키면 나머지 7개 방진이 얻어집니다. 그러므로 이 8개의 방진은 사실상 같은 방진이라고 볼수 있습니다.

실례 2. 매 행, 매 렬, 매 대각선우에 있는 수의 합이 24인 한개의 3차방진을 만드십시오.

따져보기

문제의 조건에 따라 3차방진의 세 수의 합이 24가 되게 하려면 먼저 가운데수를 결정하여야 합니다. 그러므로 가운데수로 $24 \div 3 = 8$을 선택합니다. 따라서 8과 한 직선우에 있는 나머지 두 수의 합은 16이 되여야 합니다.

$1+15=16$ $2+14=16$ $3+13=16$

$4+12=16$ $5+11=16$ $6+10=16$

$7+9=16$

5	12	7
10	8	6
9	4	11

그림 4-4

이와 같은 조건에 따라 조절하면 그림 4-4와 같은 3차방진이 얻어집니다.

답 그림 4-4와 같습니다.

실례 3. 그림 4-5와 같이 3×3인 바른4각형에서 제1행과 제3렬이 사귀는 칸에 수 5가 있고 제2행과 제1렬이 사귀는 칸에 수 6이 있습니다. 나머지 칸들에 적당한 수를 써넣어 가로, 세로, 대각선방향에 있는 세 수의 합이 모두 36이 되게 하십시오.

그림 4-5

따져보기

나머지 칸에 그림 4-6과 같이 글자를 써넣읍시다. 문제의 조건에 의하면 세 수의 합이 36이므로 가운데수로

$$36 \div 3 = 12, \text{ 즉 } c = 12$$

를 취합니다.

A	B	5
6	C	D
E	F	G

그림 4-6

제2행으로부터 $D = 36 - (6+12) = 18$,

대각선으로부터 $E = 36 - (5+12) = 19$,

11	20	5
6	12	18
19	4	13

그림 4－7

제1렬로부터 A=36－(6+19)=11,
제1행으로부터 B=36－(11+5)=20,
제2렬로부터 F=36－(20+12)=4,
제3렬로부터 G=36－(5+18)=13
이 얻어집니다.

답 그림 4－7과 같습니다.

[설명] 실례의 풀이를 보고 알수있는 바와 같이 3차방진풀이의 기본열쇠는 가운데수를 찾는것이라고 볼수 있습니다. 방진합=가운데수×3이라는 관계식을 리용하여 방진합이 주어지면 가운데수를 결정할수 있습니다. 반대로 가운데수가 주어지면 곧 방진합을 구할수 있습니다.

실례 4. 집단체조 대렬이 24행 24렬이고 매 행과 렬에 24명씩 있습니다. 바른4각형모양의 대렬에서 1행 1렬을 떼낸다면 떨어져 나간 학생은 몇명이며 대렬에 남아있는 학생은 몇명입니까?

따져보기

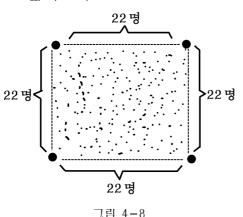



그림 4－8

1행 1렬을 떼내면 대렬에서 떨어져나가는 학생이 몇명인가를 생각합시다.

그림 4－8에서 볼수 있는바와 같이 어느 행, 어느 렬을 떼내는가에 관계없이 동시에 세로, 가로에서 한줄씩 없어지는데 한 사람만은 떨어져나가는 1행 1렬에 포함됩니다. 따라서 동시에 가로, 세로줄에서 각각 한줄씩 떼낼 때 떨어져나가는 인원수는

본래 매 행에 있은 인원수×2－1×1=떨어져나간 인원수

또는 떼낸 다음

매 행의 인원수×2+1×1=떨어져나간 인원수

에 의하여 계산할수 있습니다.

풀기 떨어져나간 인원수는 24×2−1=47(명)

본래 대렬의 총 인원수는 24×24=576(명)

대렬에 남아있는 인원수는 576−47=529(명)

답 가로, 세로줄에서 각각 떼낸 인원수는 47명이고 대렬에 남아있는 인원수는 529명입니다.

실례 5. 광진이와 윤미는 바둑판우에 방진을 만들었습니다. 광진은 윤미에게 만일 이 방진에서 가로, 세로줄에서 각각 한줄씩 떼내면 이 방진에서 35개의 바둑돌이 줄어든다고 하였습니다. 바둑판우에 몇개의 바둑돌이 있습니까?

풀기 본래 매 줄에 있은 바둑돌수 ×2−1=35(개)

본래 매 줄에 있은 바둑돌수 (35+1)÷2=18(개)

총 개수: 18×18=324(개)

답. 이 바둑판우에 본래 있은 바둑돌은 324개입니다. 이 문제를 다음과 같이 풀수도 있습니다.

바둑돌 개수를 줄인 다음 매 행에 있는 바둑돌수×2+1=35(개)

바둑돌 개수를 줄인 다음 매 행에 있는 바둑돌수는 (35−1)÷2=17(개)입니다.

본래 있은 총 개수는 17×17+35=324(개)

[설명] 한개의 바둑돌방진에서 만일 동시에 두 행, 두 렬을 떼버린다면 4(2×2)개의 바둑돌이 동시에 떼내는 두 행과 두 렬에 속합니다. 그러므로 동시에 두 행, 두 렬을 떼버릴 때 떨어져나가는 바둑돌의 개수는

본래의 매 행에 있은 바둑돌수×4−2×2

또는 떼버린 다음 매 행에 있는 바둑돌수×4+2×2

로 계산할수 있습니다.

실례 6. 손에 꽃을 한 묶음씩 든 소년단원들이 꽃을 든 방진대렬을 지었습니다. 그속에서 두 행과 두 렬에 선 소년단원들은 붉은꽃을 쥐고 서있는데 모두 116명입니다. 그 나머지 소년단원들은 노란꽃을 쥐고있습니다. 꽃을 든 방진

에 서있는 소년단원은 모두 몇명입니까?

따져보기

앞에서 본 바둑돌방진에서처럼 동시에 두 행, 두 렬을 떼버릴 때의 떼낸 바둑돌수를 구하는 식을 리용하면 됩니다.

풀기 문제의 조건에 의하면 손에 붉은꽃을 든 소년단원수가 116(명)이므로

본래 매 행의 소년단원수×4−2×2=116(명)

(116+2×2)÷4=30(명), 30×30=900(명)

답 꽃을 든 방진대렬에 서있는 소년단원은 모두 900명.

[설명] 이 문제를 다음과 같이 풀수도 있습니다.

떼낸 다음 매 행에 있는 소년단원수×4+2×2=116(명)

(116−2×2)÷4=28(명)

28×28+116=900명

실례 7. 바른4각형모양의 경기장이 있습니다. 이 경기장의 네 변들에 색기발을 꽂으려 하는데 반드시 네 구석에 한대씩 꽂아야 합니다. 매 변에 7개씩 꽂으려면 모두 몇개의 기발이 있어야 합니까?

풀기 1: 그림 4−9로부터 네 구석에 있는 4개의 기발은 각각 1행1렬에 있으므로 색기발의 총 개수는

7×4−4=24(개)

여야 합니다.

답 이 경기장의 네 변들에 24개의 기발을 꽂으면 됩니다.

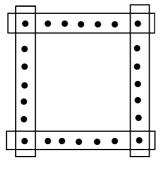
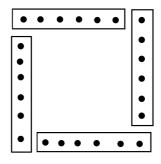



그림 4−9

그림 4−10

풀기 2: 그림 4－10과 같이 꼭같은 네개의 부분으로 가르면 색기발의 총 개수가 쉽게 계산됩니다. 즉

$$(7-1)\times4=24(\text{개}).$$

이밖에 다음 그림과 같이 고쳐서 생각할수도 있습니다.

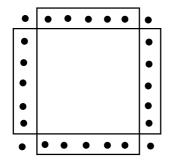
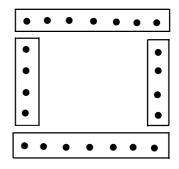



그림 4－11

그림 4－12

[설명] 실례 7에서와 같이 속이 빈 방진을 공심방진이라고 부릅니다. 실례 1~4에서처럼 속이 찬 방진을 실심방진이라고 부릅니다. 더 구체적으로는 다음 그림 4－13을 보십시오.

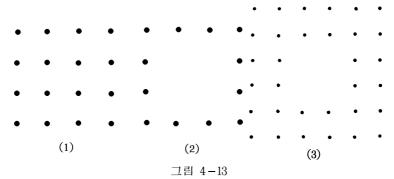



그림 4－13

그림 4－13(1)은 실심방진이고 (2), (3)은 공심방진입니다. 또 그림 (2)는 1층공심방진이고 그림 (3)은 2층공심방진입니다.

실례 8. 학생들을 방진대렬로 세우는데 만일 3층공심방진으로 세우면 9명이 남고 중간에 있는 속이 빈 부분에 세우면 7명이 모자랍니다. 학생은 모두 몇명입니까?

따져보기

만일 이 문제를 순수 방진의 분석방법에 따라 생각한다면 풀기가 어려워집니다. 이런 경우 알맞는 량의 변화에 주의를 돌려야 합니다.

3층공심방진으로 세우면 9명이 남습니다.

4층공심방진으로 세우면 7명이 모자랍니다.

라는 조건에 숨어있는 량들사이의 변화를 보아야 합니다.

층수와 학생수의 변화를 살펴보면 3층공심방진으로부터 4층공심방진으로 넘어갈 때 즉 내부에 한 층을 더 만들 때 학생수는 9명이 남는다는데로부터 7명이 모자라는데로 넘어갑니다. 즉 내부에 한 층을 더 늘일 때 필요되는 학생수는 (9+7=)16명입니다. 이 대응관계의 변화중에서 16명으로 한 층의 방진을 더 만든다면 매 변에 몇명이 있어야 하겠는가를 계산하면 된다는것을 알수 있습니다.

풀기 1: 4층공심방진을 만드는데 안쪽층의 학생수는

$$9+7=16(\text{명})$$

입니다. 그러므로 맨 안쪽 한층의 한 변의 학생수는 $16\div4+1=5$(명)입니다.

4층방진의 총 학생수는 $[(5-1)+3]\times4\times4=112$(명)입니다.

총 학생수는 $112-7=105$(명)입니다.

답 학생은 모두 105명입니다.

풀기 2: $9+7=16$.

4층방진의 총 학생수

$16+(16+8)+(16+2\times8)+(16+3\times8)=16+24+32+40=112$(명)

답 학생수는 $112-7=105$(명)입니다.

련습 4

그림 4－14 그림 4－15

1. 그림 4－14의 빈칸에 1~9까지의 수를 넣어 매 행, 매 렬, 매 대각선의 합이 같게 되게 하십시오.

2. 그림 4－15의 빈칸에 15보다 크지 않고 서로 다른 자연수 (한 수는 그림에 주어졌다)를 써넣어 매 행, 매 렬, 매 대각선우의 세수의 합이 모두 30이 되게 하십시오.

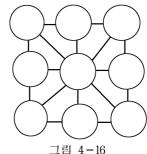



그림 4－16

3. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$의 9개수를 각각 그림 4－16의 동그라미안에 써넣어 매 행, 매 렬, 두 대각선가운데 있는 세 수의 합이 모두 같아지게 하십시오.

4. 잇닿아 있는 9개의 자연수를 3행3렬인 9개의 빈칸에 써넣어 매 행, 매 렬, 매 대각선우에 있는 세 수의 합이 모두 45가 되게 하십시오.

5. 윤미가 300개의 바둑돌을 리용하여 5층 공심방진을 만들었습니다. 바깥쪽에 있는 첫층의 매 변은 몇개의 바둑돌로 이루어졌겠습니까?

6. 바둑돌로 3층공심방진을 만들었습니다. 만일 바깥층의 매 변이 10개의 바둑돌로 되였다면 공심방진에 리용된 바둑돌은 모두 몇개입니까?

7. 바른4각형모양인 풀밭의 네 변들에 나무를 심으려 합니다. 네 구석에 모두 1대씩 심고 매 변에 32대씩 심으려 합니다. 이 풀밭의 네 변들에 몇대를 심을수 있겠습니까?

8. 바른4각형모양의 체조대렬이 있습니다. 만일 이 대렬의

가로, 세로에 다시 한줄씩 더 늘이려 한다면 21명의 학생을 더 보충해야 합니다. 본래 대렬에 있는 학생은 모두 몇명입니까?

9. 매 변의 길이가 24m인 바른4각형모양의 수영장바닥에 바른4각형모양의 타일을 붙이려고 합니다. 타일의 한변의 길이는 15cm입니다. 만일 수영장의 벽쪽으로부터 3층으로 붙이려 한다면 타일이 모두 몇장 있어야 합니까?

10. 64명의 학생들로 2층방진을 만들수 있습니다. 만일 이 공심방진의 바깥쪽에 한 층을 더 세워 3층방진을 만든다면 학생이 몇명 더 있어야 합니까?

답 및 풀기방향

1. 그림 4－17을 보십시오. **2.** 그림 4－18을 보십시오.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

그림 4－17

7	14	9
12	10	8
11	6	13

그림 4－18

3. 그림 4－19를 보십시오.

풀기방향 9개의 분수를 (최소 공통배수 12) 12배로 늘이면 6, 4, 3, 2, 8, 9, 1, 5, 7이 얻어진다는데 주의를 돌리십시오.

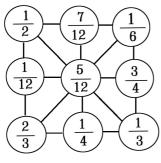



그림 4－19

4. 그림 4－20을 보십시오.

12	19	14
17	15	13
16	11	18

그림 4－20

풀기방향 가운데수 45÷3=15를 찾습니다.

5. 300÷4÷5+5=20(개)

6. [(10−3)×3]×4=84(개), 7. (32−1)×4=124(대)

8. (21−1)÷2=10(명), 10×10=100(명)

9. 2400÷15=160(장), (160−3)×3×4=1884(장)

10. (64+8)÷2=36(명), 36+8=44(명)

제5절. 넉셈부호를 써서 갈기식만들기

넉셈부호써넣기는 하나의 수학유희입니다. 즉 수자들사이의 적당한 곳에 알맞는 넉셈부호(괄호를 포함)를 써넣어 만들어지는 산수식의 값이 주어진 수와 같아지게 하는 유희입니다.

넉셈부호써넣기에서 흔히 쓰는 방법은 수결합과 거꿀추리법입니다. 이제 몇개의 실례를 들어 넉셈부호를 써넣는 문제를 풀어봅시다.

실례 1. 주어진 산수식에 +, −, ×, ÷와 괄호( )를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

(1) 4 4 4 4 = 0
(2) 4 4 4 4 = 1
(3) 4 4 4 4 = 2
(4) 4 4 4 4 = 3
(5) 4 4 4 4 = 4
(6) 4 4 4 4 = 5

따져보기

수를 서로 결합시키는 방법을 써서 문제를 풀수 있습니다. 그런데 수를 맹목적으로 묶을것이 아니라 갈기식의 오른쪽에 있는 수를 보고 그에 맞게 결합시켜야 합니다.

(1) 이 문제의 결과는 0입니다. 따라서 《같은 두 수의 차는 0입니다》, 《령에 임의의 수를 곱한 적은 0입니다.》, 《령을 령이 아닌 임의의 수로 나눈 상은 0입니다.》 등을 리용할

수 있습니다. 수 4을 네개 결합시켜 0이 되게 하려면 다음의 몇가지 경우를 생각할수 있습니다.

$$44-44=0,\ (4-4)\times 44=0,\ (4-4)\div 44=0,\ \cdots$$

(2) 이 문제의 결과는 1입니다. 따라서 《같은 두 수의 상은 1이다.》, 《1에 1을 곱한 적은 1이다.》라는 등의 결론을 생각할수 있습니다. 수 4을 네개 결합시켜 1을 얻으려면 다음의 몇가지 경우를 생각할수 있습니다.

$$44\div 44=1 \text{ 또는 } 4\div 4\times 4\div 4=1\cdots$$

(3) 이 문제의 결과가 2가 되여야 하므로 《1에 1을 더하면 2이다.》를 생각할수 있습니다. 이때 다음과 같이 할수 있습니다.

$$4\div 4+4\div 4=2$$

(4) 이 문제의 결론은 3이므로 다음과 같이 묶을수 있습니다.

$$(4+4+4)\div 4=3$$

즉 같은 세 수의 합을 그 수로 나누었습니다.

(5) 이 문제의 결과가 4이므로 《=》왼쪽에 있는 네개의 수 4가운데서 한개만 남기고 3개의 수를 결합시켜 0이 되게 하면 됩니다.

$$4+(4-4)\times 4=4 \text{ 또는 } 4+(4-4)\div 4=4$$

(6) 이 문제의 결과가 5이므로 《수 4에 1을 더하면 수 5》가 되게 할수 있습니다. 이렇게 하려면 한개의 4를 남기고 세개의 4를 리용하여 1이 되게 해야 하는데 이렇게는 할수 없습니다. 《20을 4로 나누면 5》가 된다는데 주목을 돌리면 할수 있습니다. 수 4을 세개 결합시켜 20을 만들면 됩니다. 이것은 할수 있습니다. 즉 $(4+4\times 4)\div 4=5$입니다.

풀기

(1) $4-4+4-4=0$
$44-44=0$
$(4-4)\times 44=0$
$(4-4)\div 44=0$

(2) $44\div 44=1$
$4\div 4\times 4\div 4=1$

(3) $4\div 4+4\div 4=2$
$4\times 4\div (4+4)=2$

(4) $(4+4+4)\div 4=3$

(5) $4+(4-4)\times 4=4$
$4+(4-4)\div 4=4$

(6) $(4+4\times 4)\div 4=5$

[설명] (1) 실례 1에서 리용한 따져보기방법은 먼저 같기식의 왼쪽에 있는 수들을 결합시켜 결과와 꼭 같거나 또는 비교적 결과에 가까운 수로 되게 한다음 나머지 수를 적당히 맞추어 산수식이 성립되게 하는 수법을 썼습니다.

(2) 넉셈부호를 써넣어 같기식을 만드는 문제의 답은 하나뿐이 아닙니다. 만일 문제에 특별한 조건이 주어지지 않았다면 한가지 답만 구하면 됩니다.

(3) 넉셈부호를 두 수사이에 써넣을수 있을뿐아니라 서로 이웃한 몇개의 수를 한개의 수로 본 다음 이 수의 이웃한 수사이에 부호를 쓸수도 있습니다.

실례 2. 수 8이 15개 있습니다. 그것들사이에 +, −, ×, ÷와 괄호( )를 써넣어 다음 산수식이 성립되게 하십시오.

8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8=1997

따져보기

이 식에는 수의 개수가 많고 결과도 큰 수이므로 8을 결합하여 1997에 가까운 수를 만들어야 합니다. 례를 들면 $8888\div8+888=1999$로써 1997보다 2가 더 많습니다. 따라서 나머지 7개의 8을 리용하여 2를 만들어야 합니다. 이것은 쉽게 만들수 있습니다. 례를 들면

$(8+8)\div8+88-88=2$ 또는 $8\div8+8\div8+(8-8)\times8=2$

입니다. 이로부터 두 식의 차를 만들면 1997이 얻어진다는것을 알수 있습니다.

풀기 $8888\div8+888-(8+8)\div8+88-88=1997$

$8888\div8+888-8\div8-8\div8+(8-8)\times8=1997$

또 다른 풀이가 있겠는가를 자체로 찾아보십시오.

실례 3. 수 3이 15개 있습니다. 여기서 적당한 자리에 부호 +, −, ×, ÷를 써넣어 다음의 산수식이 성립되게 하십시오.

3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3=1997

따져보기

수결합법을 씁니다. 이 문제에서는 괄호를 쓸수 없다는데 주의해야 합니다.

처음에 실험적으로(실례 2와 같이) 다음과 같은 수결합을 생각합니다.

$$333 \div 3+333 \times 3=1110$$

이 수와 1997사이의 차는 좀 큽니다. 그러므로 차를 줄일 방도를 찾아야 합니다.

$$333 \times 3+33 \times 33=2088$$

을 생각합니다.

이 차와 1977사이의 차는 앞에서보다 작습니다. 이 차는 91이고 아직도 7개의 3이 남아있습니다. 이제 이 7개의 3을 리용하여 91을 만들어야 합니다. 즉

$$3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3 \quad 3=91$$

의 적당한 자리에 네개의 넉셈부호를 써서 이 산수식이 성립되게 하여야 합니다.

33×3=99이므로 나머지 네개의 3을 결합시켜 8을 만들어야 합니다. 즉

$$3 \quad 3 \quad 3 \quad 3=8$$

이 되게 하는 넉셈부호를 골라야 합니다. 이것은 쉽게 얻어집니다.

$$3 \times 3-3 \div 3=8$$

풀기 $333 \times 3+33 \times 33-33 \times 3+3 \times 3-3 \div 3=1997$

$333 \times 3+333 \times 3-33 \div 33+3 \times 3-3-3=1997$

실례 4. 수 7이 5개 있습니다. 적당한 넉셈부호 +, -, ×, ÷와 괄호 ( )를 넣어 다음 산수식이 성립되게 하십시오.

$$7 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 7=10 \qquad ①$$

따져보기

같기부호 《=》의 왼쪽에 있는 5개의 7을 살펴보고 마지막 한개의 7앞에 +, -, ×와 ÷의 어느 한개 부호를 넣습니다.

(1) 마지막 7앞에 +부호를 쓰면 ①식은 다음과 같이 됩니다.

$$7 \quad 7 \quad 7 \quad 7+7=10$$

즉

$$7 \quad 7 \quad 7 \quad 7=3 \qquad ②$$

이 됩니다. ②식에서 ①식에서의 방법과 마찬가지로 《=》의

오른쪽에 있는 결과의 값은 줄여나갑니다.

첫째: 만일 마지막 7앞에 −부호를 쓰면 ②식은 7 7 7 −7=3

즉 7 7 7=10이 되는데 이것은 불가능합니다.

둘째: 만일 마지막 7앞에 ÷부호를 쓰면 ②식은 7 7 7 ÷7=3

즉 7 7 7=21이 되는데 이것은 쉽게 찾을수 있습니다. 즉 7+7+7=21입니다.

결국(종합하면) (7+7+7)÷7+7=10이 됩니다.

(2) 마지막 7앞에 −부호를 쓰면 ①식은

$$7\quad 7\quad 7\quad 7-7=10$$

이 됩니다. 즉

$$7\quad 7\quad 7\quad 7=17 \qquad ③$$

이 됩니다. (1)인 경우와 같이 따져나가면 ③식은 풀이를 가지지 않는다는것을 알수 있습니다.

(3) 마지막 7앞에 ×부호를 쓰면 ①식은 7 7 7 7 ×7=10이 됩니다. 따져보면 풀이가 없습니다.

(4) 마지막 7앞에 ÷부호를 쓰면 ①식은 7 7 7 7 ÷ 7=10 즉

$$7\quad 7\quad 7\quad 7=70 \qquad ④$$

이 됩니다. 따져보면 ④식도 풀이를 가지지 않습니다.

풀기 (7+7+7)÷7+7=10

실례 4를 따져보는 방법의 특성은 산수식의 마지막 한개 수로부터 시작하여 점차 앞으로 나가면서 생각해 나간다는데 있습니다. 이와 같은 방법을 거꿀추리법이라고 부릅니다.

실례 5. 다음 산수식의 적당한 자리에 알맞는 연산부호 +, −, ×, ÷와 괄호( )를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

$$1\quad 2\quad 3\quad 4\quad 5\quad 6\quad 7\quad 8\quad 9=3 \qquad ①$$

따져보기

이 문제를 살펴보면 《=》의 왼변에 있는 수는 서로 다르다는것을 알수 있습니다. 이것이 앞에서 본 문제와의 다른 점입니다. 그러나 문제를 푸는 방식은 일치합니다.

（1）**수결합법**

생각하는 방법 1. ①식에서 《=》의 량변에 각각 한개의 3이 있습니다. 이것은 《=》의 왼변을 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9를 가지고 0을 만들면 된다는것을 말해줍니다. $1+2+4+5+6+7+8+9=42$이므로 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9사이에 넉셈부호를 써넣을 때 더해지는 부분과 덜어지는 부분이 각각 21이 되게 하면 된다는것을 말해줍니다. 그러므로 다음과 같은 산수식이 얻어집니다.

$$1+2+4-5+6-7+8-9=0$$

따라서 $1+2+3+4-5+6-7+8-9=3$이 됩니다.

생각하는 방법 2. $1+2\times3-4=3$이므로 5, 6, 7, 8, 9로 0 또는 1을 만들면 됩니다. $5+67-8\times9=0$ 또는 $(5+67)\div(8\times9)=1$입니다. 그러므로 답은

$$1+2\times3-4+5+67-8\times9=3$$

또는 $(1+2\times3-4)\times(5+67)\div(8\times9)=3$입니다.

생각하는 방법 3. $5+6-7+8-9=3$이므로 1, 2, 3, 4를 묶어 0 또는 1을 만듭니다. 그러면 $12-3\times4=0$ 또는 $12\div(3\times4)=1$이 되므로 다음과 같은 답이 얻어집니다.

$$12-3\times4+5+6-7+8-9=3$$

또는 $12\div(3\times4)\times(5+6-7+8-9)=3$.

（2）**거꿀추리법**

가령 9앞에 +부호를 쓰면 ①식은 다음과 같이 됩니다.

$$1\quad2\quad3\quad4\quad5\quad6\quad7\quad8+9=3 \qquad ②$$

또 $8+9>3$이므로 8의 앞에 −부호 또는 ÷부호를 쓸수 있습니다. 8+9를 하나로 보고 −부호를 쓰면 ②식은 다음과 같이 됩니다.

$$1\quad2\quad3\quad4\quad5\quad6\quad7-(8+9)=3$$

즉 $$1\quad2\quad3\quad4\quad5\quad6\quad7=20 \qquad ③$$

③식에서 《=》의 오른쪽에 있는 결과가 비교적 크므로 7, 6, 5앞에 +부호를 쓰면 ③식은 다음과 같이 됩니다.

$$1\quad2\quad3\quad4+5+6+7=20$$

즉 $$1\quad2\quad3\quad4=2 \qquad ④$$

④식에서 《=》의 오른쪽 결과가 비교적 작으므로 4앞에 −부호를 쓰면 ④식은 다음과 같이 됩니다.

$$1\ \ 2\ \ 3-4=2$$

즉 $$1\ \ 2\ \ 3=6 \qquad ⑤$$

⑤식에서 2와 3앞에 +, ×부호를 쓰면 갈기식이 성립된다는것을 알수 있습니다.

$$1+2+3=6 \text{ 또는 } 1\times2\times3=6$$

이때 다음과 같은 답이 얻어집니다.

$$1+2+3-4+5+6+7-(8+9)=3$$

$$\text{또는 } 1\times2\times3-4+5+6+7-(8+9)=3.$$

(3) 수결합법과 거꿀추리법의 종합적응용

①식에서 만일 9앞에 ÷부호를 쓰면 ①식은 다음과 같이 됩니다.

$$1\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 5\ \ 6\ \ 7\ \ 8\div9=3$$

즉 $$1\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 5\ \ 6\ \ 7\ \ 8\ \ =27 \qquad ⑥$$

⑥식에서 수결합법을 써서 될수록 27 또는 27에 가까운 수를 만듭시다. 가령 $1\times23+4=27$이면 $5\ \ 6\ \ 7\ \ 8=0$이 되도록 묶으면 됩니다.

$56-7\times8=0$이므로 다음과 같은 답이 얻어집니다.

$$(1\times23+4+56-7\times8)\div9=3$$

풀기 이 문제는 다음과 같은 여러개의 답이 있습니다.

$1+2+3+4-5+6-7+8-9=3$

$1+2\times3-4+5+67-8\times9=3$

$(1+2\times3-4)\times(5+67)\div(8\times9)=3$

$12-3\times4+5+6-7+8-9=3$

$12\div(3\times4)\times(5+6-7+8-9)=3$

$1+2+3-4+5+6+7-(8+9)=3$

$1\times2\times3-4+5+6+7-(8+9)=3$

$(1\times23+4+56-7\times8)\div9=3$

[설명] 이 문제의 풀이과정을 통하여 수결합법과 거꿀추리법은 제각기 자기의 특성을 가지고있다는것을 알수 있습니다. 거꿀추리법을 생각하는 방법은 매우 단순합니다. 그런데 따져보는 과정이 복잡합니다. 수결합법을 생각하는것은 창조적이므로 때로는 답을 매우 빨리 찾을수 있게 합니다. 이 두가지 방법을 결합시켜 쓰면 효과가 매우 좋습니다.

실례 6. 다음 산수식의 알맞는 자리에 +, −, ×, ÷와 괄호( )를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

9 8 7 6 5 4 3 2 1=1997

따져보기

이 문제의 특성은 결과가 비교적 큰 수이므로 수결합법을 씁시다. 먼저 몇개의 수를 묶어서 결과에 가까운 수를 만듭시다. 즉 654×3=1962이고 1997−1962=35입니다.

이제 9, 8, 7, 2, 1을 결합시켜 35를 만들면 됩니다. 사실 98÷7+21=35입니다.

풀기 문제의 조건을 만족시키는 답은 다음과 같습니다.

$$98 \div 7 + 654 \times 3 + 21 = 1997.$$

실례 7. 두개의 더하기부호와 두개의 덜기부호를 적당한 자리에 써넣어 결과가 주어진 수와 같아지게 하십시오.

1 2 3 4 5 6 7 8 9=100

따져보기

이 문제에서는 넉셈부호의 종류가 제한되여있을뿐아니라 넉셈부호의 개수도 제한되여있습니다. 4개의 넉셈부호만 써야 하므로 1,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9를 다섯개의 수로 보아야 하고 《=》의 오른변의 수가 100이라는것을 고려해야 하므로 123을 골라잡고 123과 100사이의 차가 23이라는것을 고려하여야 합니다. 이제 4, 5, 6, 7, 8, 9를 가지고 23이 되게 수를 묶어야 합니다. 답을 구할 때 넉셈부호를 잘 조절해야 합니다.

풀기 문제의 조건을 만족시키는 답은 다음과 같습니다.

$$123+45-67+8-9=100$$

실례 8. 다음 산수식에서 알맞는 자리에 괄호(여러번 쓸수 있습니다)를 넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

(1) $5+7\times 8+12\div 4-2=20$

(2) $5+7\times 8+12\div 4-2=102$

(3) $5+7\times 8+12\div 4-2=120$

(4) $5+7\times 8+12\div 4-2=25$

(5) $5+7\times 8+12\div 4-2=75$

따져보기

넉셈법에서의 괄호는 넉셈의 앞뒤순서를 규정하는데 쓰고있습니다. 넉셈법에서 《먼저 곱하거나 나눈 다음 더하고 던다》로 규정되여있으므로 더하기, 덜기 넉셈부호가 들어있는 수들사이를 잘 처리해야 합니다.

(1) 마지막 항부터 시작합시다. −2를 오른변으로 넘기면 $5+7\times8+12\div4=22$로 됩니다. 또 4를 넘기면 $5+7\times8+12=22\times4$가 되여야 하는데 이것은 모순입니다. 5를 오른변으로 넘기면 $7\times8+12\div4=22-5$로 됩니다. 즉 $7\times8+12\div4=17$이 됩니다. 이 식을 따져보면 3개의 자리에 괄호를 넣을수 있다는것을 알수 있습니다. 즉

$$(7\times8+12)\div4$$
$$7\times(8+12)\div4$$
$$7\times(8+12\div4)$$

입니다. 계산해보면 17, 35, 77입니다. 그러므로 괄호의 자리는 $5+(7\times8+12)\div4-2=20$입니다.

(2) 결과가 비교적 크므로 될수록 곱해질수와 곱하는 수 또는 나누일수를 크게 하고 나누는수를 줄일수 있습니다.

먼저 5, 7을 괄호로 묶고 곱해질수를 크게 하면 식은 $(5+7)\times8+12\div4-2=102$가 됩니다.

사실 $(5+7)\times8=96$과 102사이의 차가 6입니다. 그러므로 다시 4, 2를 괄호로 묶어서 나누는수를 줄이면 됩니다. 즉

$$(5+7)\times8+12\div(4-2)=102$$

가 됩니다.

(3) 결과가 매우 크므로 (2)에서 따져본것과 같이 5, 7을 괄호로 묶고 8, 12를 괄호로 묶어 곱하는수를 크게 하고 나누일수도 크게 합니다. 다시 4, 2를 괄호로 묶어 나누는수를 줄이면 다음과 같은 답이 얻어집니다.

$$(5+7)\times(8+12)\div(4-2)=120$$

(4) 뒤로부터 앞으로 나가면서 계산합니다. 2를 덜면 그 앞의 식 $5+7\times8+12\div4$가 27이 되고 다시 $5+7\times8+12$를 $(27\times4=)108$이 되게 합니다. 마지막에 $5+7\times8$을 $(108-12=)96$이 되게 합니다. 따라서 $(5+7)\times8=96$입니다. 그러므로 결과의 답은

다음과 같습니다.

$$[(5+7)\times 8+12]\div 4-2=25$$

(5) 앞으로부터 생각합시다. $7\times 8+12\div 4-2$를 70이 되게 묶습니다. 다시 $8+12\div 4-2$를 써서 $(70\div 7=)10$을 만듭니다. $(8+12)\div(4-2)=10$이 됩니다. 따라서 답은

$$5+7\times(8+12)\div(4-2)=75$$

답. (1) $5+(7\times 8+12)\div 4-2=20$

(2) $(5+7)\times 8+12\div(4-2)=102$

(3) $(5+7)\times(8+12)\div(4-2)=120$

(4) $[(5+7)\times 8+12]\div 4-2=25$

(5) $5+7\times(8+12)\div(4-2)=75$

련습 5

1. 다음 산수식의 적당한 자리에 부호 +, −, ×, ÷와 괄호( )를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

(1) 5 5 5 5 5=0

(2) 5 5 5 5 5=2

(3) 5 5 5 5 5=4

(4) 5 5 5 5 5=6

(5) 5 5 5 5 5=8

(6) 9 9 9 9 9=10

(7) 9 9 9 9 9=12

(8) 9 9 9 9 9=18

(9) 9 9 9 9 9=20

2. 다음 산수식의 적당한 자리에 넉셈부호 +, −, ×, ÷와 괄호( )를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

(1) 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1=1997

(2) 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2=1997

(3) 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4=1997

(4) 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6 6=1997

(5) 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7=1997

(6) 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9=1997

3. 다음 산수식의 적당한 자리에 넉셈부호 +, −, ×, ÷와 괄호( )를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

1 2 3=1
1 2 3 4=1
1 2 3 4 5=1
1 2 3 4 5 6=1
1 2 3 4 5 6 7=1
1 2 3 4 5 6 7 8=1
1 2 3 4 5 6 7 8 9=1

4. 다음 산수식의 적당한 자리에 넉셈부호 +, −, ×, ÷와 괄호( )를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

1 9 9 7 1 9 9 7=1　　1 9 9 7 1 9 9 7=7
1 9 9 7 1 9 9 7=2　　1 9 9 7 1 9 9 7=8
1 9 9 7 1 9 9 7=3　　1 9 9 7 1 9 9 7=9
1 9 9 7 1 9 9 7=4　　1 9 9 7 1 9 9 7=1997
1 9 9 7 1 9 9 7=5　　1 9 9 7 1 9 9 7=1998
1 9 9 7 1 9 9 7=6　　1 9 9 7 1 9 9 7=2000

5. 다음 산수식의 적당한 자리에 넉셈부호 +, −, ×, ÷를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

9 8 7 6 5 4 3 2 1=1991
1 2 3 4 5 6 7 8 9=1991

6. 한개의 더하기부호와 두개의 덜기부호를 다음 산수식의 적당한 자리에 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

1 2 3 4 5 6 7 8 9=100

7. 다음 산수식의 적당한 자리에 괄호만을 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

6+57÷3−2×5+1=12
6+57÷3−2×5+1=92
6+57÷3−2×5+1=96
6+57÷3−2×5+1=108
6+57÷3−2×5+1=116
6+57÷3−2×5+1=292

답 및 풀기방향

1. (1) $(5-5)\times555=0$
   (2) $5-(5+5+5)\div5=2$
   (3) $5-55\div55=4$
   (4) $5+55\div55=6$
   (5) $5+(5+5+5)\div5=8$
   (6) $9+99\div99=10$
   (7) $99\div9+9\div9=12$
   (8) $9+9+(9-9)\times9=18$
   (9) $(9+9)\div9+9+9=20$
2. (1) $1111+111\times(1+1)\times(1+1)\times(1+1)-1-1=1997$
   (2) $222\times2\times2\times2+222-222\div222=1997$
   (3) $44\times44+44+4\times4+4\div4+(4-4)\times444=1997$
   (4) $666\times(6+6+6)\div6-6666\div6666=1997$
   (5) $7777\div7+777+777\div7-(7+7)\div7=1997$
   (6) $9999\div9+999-999\div9-(9+9)\div9=1997$
3. $(1+2)\div3=1$
   $1\times2+3-4=1$
   $[(1+2)\div3+4]\div5=1$
   $(12\div3\div4+5)\div6=1$
   $(1+2+3+4)\div5+6-7=1$
   $(1\times2\times3-4+5-6+7)\div8=1$
   $[(1+2)\div3+4]\div5+6-7-8+9=1$
4. $1997\div1997=1$
   $1+9\div9+7\times1\times(9-9)\times7=2$
   $(1\times9\div9+7+1)\div9+9-7=3$
   $(1+9+9+71+9)\div9-7=4$
   $(1+9\div9)\times7-1-9\div9-7=5$
   $1\times(9-9)+7-1+(9-9)\times7=6$
   $1\times(9-9)+7+1\times(9-9)\times7=7$
   $1\times(9-9)+7+1+(9-9)\times7=8$
   $19+9+7-1-9-9-7=9$

$1997+1\times(9-9)\times7=1997$

$1997+1+(9-9)\times7=1998$

$1997+19-(9+7)=2000$

5. $9-8+7+654\times3+21=1991$

   $1+2+345\times6+7-89=1991$

6. $123-45-67+89=100$

7. $(6+57)\div3-2\times5+1=12$

   $6+(57\div3-2)\times5+1=92$

   $[(6+57)\div3-2]\times5+1=96$

   $6+(57\div3-2)\times(5+1)=108$

   $(6+57\div3-2)\times5+1=116$

   $6+57\div(3-2)\times5+1=292$

제6절. 속셈기교(빨리 계산하는 방법)

1. 더하기와 덜기의 속셈법

학생들은 계산할 때 계산이 정확하면서도 빠르기를 희망하며 방법이 쓰기 쉽고 좋기를 바랄것입니다. 이 절에서 이와 같은 희망을 실현할수 있는 몇가지 수법을 생각합시다.

무엇보다도 계산법칙과 넉셈순서에 익숙되여야 합니다. 다음 문제의 특성을 파악하고 그것을 합리적으로 쓸줄 알아야 합니다.

1) 더하기속셈

(더하기의 바꿈법칙) 두 수를 더할 때 두 수의 자리를 바꾸어도 그 합은 변하지 않습니다. 일반적으로 $a+b=b+a$입니다.

(더하기의 묶음법칙) 세 수를 더할 때 먼저 앞에 있는 두 수를 더한 다음 거기에 세번째 수를 더하거나 또는 먼저 뒤의 두 수를 더한 다음 거기에 첫번째 수를 더해도 그것들의 합은 변하지 않습니다.

일반적으로 $a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$입니다.

이 법칙은 여러개 수를 더할 때도 그대로 쓸수 있습니다. 더하기의 바꿈법칙과 묶음법칙을 결합시켜 옹근수, 옹근백, 옹근천 …을 더한 다음 나머지 수들을 더하면 계산이 빠를수 있습니다.

실례 1. 다음 문제들을 속셈하십시오.

(1) 32+81+23+19+68

(2) (24+37+15)+(16+45+13)

풀기: (1) 32+81+23+19+68=(32+68)+(81+19)+23
=100+100+23=223

(2) (24+37+15)+(16+45+13)=(24+16)+(37+13)+(15+45)
=40+50+60=(40+60)+50=150

[설명] 앞에서 지적한 법칙을 리용하여 속셈할 때 만일 문제의 항들에 속셈할수 있는 조건이 없으면 그것들중 한개의 더하는수를 두 수로 갈라서 속셈조건에 맞도록 할수 있습니다. 례를 들어 673+288을 계산하려면 673=661+12로 고쳐서 계산할수 있습니다. 즉

$$673+288=661+12+288=661+(12+288)=661+300=961$$

도이췰란드의 유명한 수학자 가우스(1777~1855년)가 소학교시절에 있은 이야기입니다. 하루는 선생님이 수업시간에 1+2+3+…+99+100=?를 계산하는 문제를 제시하였습니다. 나어린 가우스는 문제를 보고 생각하던 끝에 계산결과는 5050이라고 쉽게 대답하였습니다. 그가 어떻게 재빨리 계산였겠습니까? 나어린 가우스는 문제를 충분히 파악한 기초우에서 문제의 특성에 의하여 다음과 같은 관계를 찾아냈습니다. 1+100=101, 2+99=101, 3+98=101, … 50+51=101 그리고 이런 101이 몇개인가를 생각하였습니다. 그는 101이 50개라는것도 쉽게 찾아냈습니다. 그래서 101×50=5050이라고 대답하였습니다. 이것을 식으로 쓰면 다음과 같습니다.

$$1+2+3+\cdots+98+99+100$$
$$=\underbrace{(1+100)+(2+99)+(3+98)+\cdots+(50+51)}_{50\text{개}}$$
$$=101\times50=5050$$

즉 $(100+1)\times(100\div2)=101\times50=5050$입니다.

이 문제에서와 같이 일정한 순서로 배렬된 수의 렬을 수렬이라고 부릅니다. 수렬에 있는 매개 수를 항이라고 부르고 첫번째 수를 첫번째 항(제1항) 두번째 수를 두번째 항(제2항) … 마지막수를 마지막항(끝항)이라고 부릅니다. 만일 어떤 수렬의 두번째 항부터 시작하여 매 항과 그 앞에 있는 한 항과의 차가 모두 같으면 이 수렬을 같은차수렬(등차수렬)이라고 부릅니다. 뒤항에서 앞항을 던 차를 이 수렬의 같은차라고 부릅니다. 실례를 들면

1, 2, 3, 4 …는 같은차수렬이고 같은차는 1입니다.

2, 4, 6, 8 …는 같은차수렬이고 같은차는 2입니다.

5, 10, 15, 20 …는 같은차수렬이고 같은차는 5입니다.

가우스의 속셈

$$1+2+3+\cdots98+99+100=(1+100)\times(100\div2)$$

로부터 수렬의 매 항들의 합 즉 총합=(첫번째항+마지막항)×항수÷2이라는것을 알수 있습니다.

실례 2. 다음 식을 계산하십시오.

(1) $2+4+6+\cdots+96+98+100$

(2) $2+5+8+\cdots+23+26+29$

풀기: (1) 이것은 같은차가 2인 같은차수렬로서 첫항은 2이고 마지막항은 100이며 항수는 50이므로

$$2+4+6+\cdots+96+98+100=(2+100)\times50\div2$$
$$=102\times50\div2=5100\div2=2550$$

입니다.

(2) 이것은 같은차가 3이고 첫항이 2이며 마지막항이 29이며 항수가 10인 같은차수렬이므로

$$2+5+8+\cdots+23+26+29=(2+29)\times10\div2=310\div2=155$$

2) 덜기속셈

(1) 한개의 수에서 몇개 수의 합을 덜면 이 수에서 차례로 괄호안의 매개 더하는수를 던것과 같습니다.

일반적으로 $a-(b+c+d)=a-b-c-d$입니다.

거꾸로 한 수에서 련이어 몇개의 수를 던것은 이 수에서 이 몇개의 수의 합을 던것과 같습니다.

일반적으로 $a-b-c-d=a-(b+c+d)$입니다.

(2) 한 수에서 두 수의 차를 던것은 이 수에서 괄호안에 있는 덜릴수를 덜고 더는수를 더한것과 같습니다. 또는 먼저 괄호안에 있는 더는수를 더하고 덜릴수를 던것과 같습니다.

일반적으로 $a-(b-c)=a-b+c$

또는 $a-(b+c)=a-c-b$입니다.

(3) 몇개 수의 합에서 한 수를 던것은 임의의 더하는수에서 이 수를 덜고 다시 나머지 더하는수를 더한것과 같습니다.

일반적으로 $(a+b+c)-d=(a-d)+b+c=a+(b-d)+c=a+b+(c-d)$ 입니다.

이제 우의 성질을 리용하기 쉽도록 다음과 같이 정돈합시다.

첫째: 련이어덜기, 더하기덜기 혼합연산에서 만일 산수식에 괄호가 없으면 계산할 때 수의 앞에 있는 부호를 함께 옮겨가야 합니다. 일반적으로

$$a-b-c=a-c-b$$

$$a-b+c=a+c-b$$

둘째: 더하기덜기혼합연산에서 만일 괄호앞에 《−》부호가 있으면 괄호를 벗길 때 괄호안의 덜기부호는 더하기부호로 바뀌우고 더하기부호는 덜기부호로 바뀌여집니다. 만일 괄호앞에 《+》부호가 있으면 괄호를 벗길 때 괄호안의 부호는 바꾸어지지 않습니다.

일반적으로

$$a-(b+c)=a-b-c$$

$$a-(b-c)=a-b+c$$

$$a+(b+c)=a+b+c$$

$$a+(b-c)=a+b-c$$

입니다.

실례 3. 다음 식을 속셈하십시오.

① $5283+1396-283$ ⑤ $1825+(175+348)$

② $4325-1347-325$ ⑥ $576+(432-176)$

③ $4328-(328+497)$ ⑦ $1242-396$

④ $8495-(495-287)$ ⑧ $1243+998$

따져보기

①, ②는 《부호옮기기》성질을 써서 계산을 간단하게 할수 있고 ③~⑥은 《괄호없애기》성질을 쓸수 있습니다. ⑥은 괄호를 벗긴 다음 다시 부호옮기기성질을 쓰면 간단해집니다. ⑦, ⑧은 먼저 덜릴수나 더하는수를 옹근십, 옹근백, 옹근천 …의 수로 넘긴 다음 다시 《괄호없애기성질》을 리용하여 계산할수 있습니다.

풀기 ① $5283+1396-283=5283-283+1396=5000+1396$
$=6396$

② $4325-1347-325=4325-325-1347=4000-1347$
$=2653$

③ $4328-(328+497)=4328-328-497=4000-497$
$=3503$

④ $8495-(495-287)=8495-495+287=8000+287=8287$

⑤ $1825+(175+348)=1825+175+348=2000+348=2348$

⑥ $576+(432-176)=576+432-176=576-176+432=$
$400+432=832$

⑦ $1242-396=1242-(400-4)=1242-400+4=$
$842+4=846$

⑧ $1243+998=1243+(1000-2)=1243+1000-2=2243-2$
$=2241$

* 지식을 써서 속셈하기

실례 4. $4000-5-10-15-\cdots-95-100$을 계산하십시오.

이 문제에서 더는수는 같은차수렬이므로 먼저 이 더는수의 합을 구하고 다시 덜릴수에서 이 합을 덜어야 합니다.

풀기 $4000-5-10-15-\cdots-95-100$
$=4000-(5+100)\times(20\div2)=4000-105\times10$
$=4000-1050=2950$

실례 5. $83+82+78+79+80+81+78+79+77+84$를 계산하십시오.

따져보기

크기가 서로 다르고 비교적 가까운 여러개의 수를 더할때 그가운데서 한 수를 골라서 (가장 좋기는 옹근십, 옹근백,

옹근천…)수계산의 기초로 할수 있습니다. 이 수를 기준수라고 부릅니다. 기준수보다 큰 더하는수를 기준수와 어떤 수의 합으로 표시하고 기준수보다 작은 더하는수를 기준수와 어떤 수의 차로 표시하며 마지막에 더하기덜기의 혼합계산의 성질을 리용하여 간편하게 계산합니다. 이 문제의 기준수를 80으로 취할수 있습니다.

풀기 $83+82+78+79+80+81+78+79+77+84$

$=(80+3)+(80+2)+(80-2)+(80-1)+80+(80+1)$
$+(80-2)+(80-1)+(80-3)+(80+4)$
$=80\times10+(3+2-2-1+1-2-1-3+4)$
$=800+(3+2+1+4)-(2+1+2+1+3)$
$=800+10-9=800+(10-9)=801$

이 식을 보다 간단히 다음과 같이 풀수 있습니다.

주어진 식 $80\times10+(3+2-2-1+1-1-3+4-2)$
$=80\times10+(3-2)=800+1=801$

2. 곱하기와 나누기에서의 속셈법

더하기와 덜기에서의 속셈법과 마찬가지로 곱하기와 나누기계산에서도 묘한 속셈법이 있습니다. 이제 넉셈법과 그 계산성질들을 생각해봅시다.

1) 곱하기에서의 속셈

(1) 곱하기의 바꿈법칙

두 수를 곱할 때 인수의 자리를 바꾸어도 그 적은 변하지 않습니다. 즉

$$a\times b=b\times a$$

(2) 곱하기의 묶음법칙

세 수를 곱할 때 앞에 있는 두 수를 묶어 먼저 곱할수도 있고 뒤에 있는 두 수를 묶어서 먼저 곱할수도 있습니다. 즉

$$a\times b\times c=(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$$

여러개의 수를 서로 곱할 때 간단한 적(옹근십, 옹근백, 옹근천 …)을 얻을수 있는 인수를 먼저 곱하고 거기에 나머

지 인수들을 곱할수 있습니다. 때로는 어떤 인수를 몇개의 인수로 갈라서 그중 한개 인수와 나머지 곱하는수를 곱한 적이 간단한 수로 되게 한 다음 거기에 나머지 인수를 곱하여 속셈값을 얻을수도 있습니다.

실례 6. 간단한 방법으로 다음 문제들을 계산하십시오.

① $16\times4\times25$　　② $125\times(17\times8)$

③ 125×28　　④ $25\times32\times125$

따져보기

문제 ①에서 4와 25를 묶어 먼저 곱합니다. 문제 ②에서는 125와 8을 결합시켜 먼저 곱할수 있습니다. 문제 ③에서는 28을 4×7로 갈라놓은 다음 125와 4를 묶어서 먼저 곱할수 있습니다. 문제 ④에서는 32를 4×8로 갈라놓은 다음 다시 25와 4, 125와 8을 묶어 먼저 곱할수 있습니다.

풀이 ① $16\times4\times25$
$=16\times(4\times25)$
$=16\times100$
$=1600$

② $125\times(17\times8)$
$=(125\times8)\times17$
$=1000\times17$
$=17000$

③ 125×28
$=(125\times4)\times7$
$=500\times7$
$=3500$

④ $25\times32\times125$
$=(25\times4)\times(8\times125)$
$=100\times1000$
$=100000$

(3) 곱하기의 분배법칙

두 수의 합에 한개의 수를 곱할 때 더하는수를 각각 이 수에 곱해서 얻은 적을 더합니다. 즉

$$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$$

곱하기의 분배법칙을 일반적인 경우로 넓힐수 있습니다. 일반적으로 $(a-b)\times c=a\times c-b\times c$가 됩니다. 두 수를 곱할 때 때로는 한개 인수를 두 수의 합으로 표시하여 다른 한개인수를 곱하는 형태로 고칠수 있고 또 한개 인수를 두 수의 차로 고친 다음 다른 한개 인수를 곱할수도 있습니다. 이렇게 하여 계산을 빨리 할 때도 있습니다.

실례 7. 간단한 방법으로 다음의 문제를 계산하십시오.

① $125\times(10+8)$　　② $(20-4)\times25$

③ 4004×25 ④ 125×798

따져보기

문제 ①, ②는 직접 곱하기분배법칙을 쓰면 됩니다. 문제 ③은 먼저 4004를 (4000+4)로 고친 다음 다시 분배법칙을 쓰면 됩니다. 문제 ④는 먼저 798을 (800−2)로 고친 다음 분배법칙을 쓰면 풀립니다.

풀기 ① $125\times(10+8)$
$=125\times10+125\times8$
$=1250+1000$
$=2250$

② $(20-4)\times25$
$=20\times25-4\times25$
$=500-100$
$=400$

③ 4004×25
$=(4000+4)\times25$
$=4000\times25+4\times25$
$=100000+100$
$=100100$

④ 125×798
$=125\times(800-2)$
$=125\times800-125\times2$
$=100000-250$
$=99750$

2) 나누기속셈

(1) 상불변(상이 변하지 않는)의 성질

나누일수와 나누는수에 같은 수를 곱하거나 또는 같은 수(령이 아닌)로 그것을 나누어도 상은 변하지 않습니다. 즉

$$a\div b=(a\times n)\div(b\times n)=(a\div n)\div(b\div n) \qquad (n\neq0)$$

(2) 두 수의 합(차)을 한개의 수로 나눌 때

이 수로 각각 두 수를 나눈 다음(모두 완제되는 조건밑에서) 두 상의 합(차)을 구할수 있습니다. 즉

$$(a+b)\div c=a\div c+b\div c$$
$$(a-b)\div c=a\div c-b\div c$$

이 성질을 여러 수의 합을 한개의 수로 나누는 경우로 넓힐수 있습니다.

(3) 부호옮기기 성질

두 수의 상을 한개의 수로 나눈것은 두 수에서 나누일수를 먼저 이 수로 나누고 본래의 나누는 수로 나눈것과 같습니다. 즉

$$a \div b \div c = a \div c \div b$$

두 수의 적을 한개 수로 나눈것은 나누는수로 먼저 적의 임의의 한개 수를 나누고 다시 다른 한개 인수를 곱한 적과 같습니다. 즉

$$a \times b \div c = a \div c \times b = b \div c \times a$$

이 두가지 계산성질은 련이어 나누기, 곱하기, 나누기혼합연산에서 인수를 바꿀수 있고 나누는수의 자리도 바꿀수 있으며 자리를 바꿀 때 넉셈부호도 함께 옮겨야 한다는것을 보여줍니다.

실례 8. 간단한 방법을 리용하여 다음의 문제들을 계산하십시오.

① $825 \div 25$ ② $47700 \div 900$

③ $(250+165) \div 5$ ④ $(702-213-414) \div 3$

⑤ $525 \div 7 \div 5$ ⑥ $128 \times 5 \div 8$

따져보기

문제 ①, ②는 《상불변의 성질》을 리용할수 있고 문제 ②, ③에서는 《성질(2)》를 쓸수 있으며 문제 ⑤, ⑥에서는 성질 (3)을 쓸수 있습니다.

① $825 \div 25$
$=(825 \times 4) \div (25 \times 4)$
$=3300 \div 100 = 33$

② $47700 \div 900$
$=(47700 \div 100) \div (900 \div 100)$
$=477 \div 9 = 53$

③ $(250+165) \div 5$
$=250 \div 5 + 165 \div 5$
$=50+33=83$

④ $(702-213-414) \div 3$
$=702 \div 3 - 213 \div 3 - 414 \div 3$
$=234-71-138=25$

⑤ $525 \div 7 \div 5$
$=525 \div 5 \div 7$
$=105 \div 7 = 15$

⑥ $128 \times 5 \div 8$
$=128 \div 8 \times 5$
$=16 \times 5 = 80$

(4) 곱하기, 나누기혼합연산에서의 괄호의 성질

① 한개의 수를 두 수의 적으로 나누는것은 이 수를 차례로 적의 두 인수로 나눈것과 같습니다. 즉

$$a \div (b \times c) = a \div b \div c$$

② 한개의 수에 두 수의 상을 곱할 때 이 수에 나누일수를 곱하여 얻은 적을 다시 나누는수로 곱할수 있습니다. 즉

$$a\times(b\div c)=a\times b\div c$$

③ 한개의 수를 두 수의 상으로 만드는 나누기계산은 이 수를 상의 나누일수로 나누고 다시 상의 나누는수를 곱한것과 같습니다. 즉

$$a\div(b\div c)=a\div b\times c$$

이 세가지 성질은 다음과 같은 규칙을 보여줍니다. 곱하기, 나누기의 혼합계산이 있는 산수식에서 만일 괄호앞에 나누기부호가 있으면 괄호를 벗기고 계산순서를 바꿀수 있는데 이때 괄호안의 나누기부호는 곱하기부호로, 곱하기부호는 나누기부호로 바꾸어야 합니다. 만일 괄호앞에 곱하기부호가 있으면 괄호안의 연산부호는 변하지 않습니다. 거꾸로 산수식에 괄호를 넣어 계산순서를 바꿀 때의 규칙도 꼭 같습니다.

우에서 말한 나누기의 계산성질을 리용할 때 반드시 있어야 할 조건은 상이 나머지를 가지지 말아야 한다는데 주의를 돌려야 합니다. 만일 상이 나머지를 가지면 이 계산성질을 쓸 때 나머지에 반드시 변화가 생깁니다. 실례를 들면

$$\begin{aligned}&324\div(9\times7)\\&=324\div63\\&=5\cdots9\end{aligned}\qquad\begin{aligned}&324\div(9\times7)\\&=324\div9\div7\\&=36\div7\\&=5\cdots1\end{aligned}$$

실례 9. 간단한 방법으로 다음 문제를 계산하십시오.

① $756\div(7\times9)$ ② $1260\div7\div9$

③ $720\times12\div4$ ④ $125\times(8\div2)$

⑤ $216\div24\times6$ ⑥ $875000\div(1000\div8)$

따져보기

이 문제들은 모두 곱하기와 나누기의 혼합계산에서 《괄호를 넣거나 없애는 방법으로》 계산할수 있습니다.

풀기

① $756 \div (7 \times 9)$
$= 756 \div 7 \div 9$
$= 108 \div 9 = 12$

② $1260 \div 7 \div 9$
$= 1260 \div (7 \times 9)$
$= 1260 \div 63 = 20$

③ $720 \times 12 \div 4$
$= 720 \times (12 \div 4)$
$= 720 \times 3 = 2160$

⑤ $216 \div 24 \times 6$
$= 216 \div (24 \div 6)$
$= 216 \div 4 = 54$

④ $125 \times (8 \div 2)$
$= 125 \times 8 \div 2$
$= 1000 \div 2 = 500$

⑥ $875000 \div (1000 \div 8)$
$= 875000 \div 1000 \times 8$
$= 875 \times 8 = 7000$

실례 10. 다음의 문제들을 속셈하십시오.

① $1326 \div 39$ ② $248 \times 68 - 17 \times 248 + 248 \times 48$
③ 520×125 ④ $999 \times 99 \times 9$

따져보기

①, ③, ④문제들가운데서 주어진 수를 적당히 가르거나 또는 주어진 수를 옹근십, 옹근백, 옹근천 …인 수로 넘긴다음 관계되는 계산성질을 리용하여 속셈할수 있습니다. 문제 ②는 곱하기의 분배법칙을 쓰면 됩니다.

풀기

① $1326 \div 39$
$= 1326 \div (13 \times 3)$
$= 1326 \div 13 \div 3$
$= 102 \div 3 = 34$

③ 520×125
$= 520 \times (1000 \div 8)$
$= 520 \times 1000 \div 8$
$= 520 \div 8 \times 1000$
$= 65000$

② $248 \times 68 - 17 \times 248 + 248 \times 48$
$= 248(68 - 17 + 48) = 248 \times 99$
$= 248 \times (100 - 1)$
$= 24800 - 248$
$= 24552$

④ $999 \times 99 \times 9$
$= (1000 - 1) \times 99 \times 9$
$= (99000 - 99) \times 9$
$= 98901 \times (10 - 1)$
$= 989010 \times 98901$
$= 890109$

우의 몇개의 실례를 통하여 알수 있는바와 같이 산수식을 얼핏 보면 속셈할수 없는것처럼 보이지만 주어진 수를 적당히 가르거나 변환하면 속셈법을 쓸수 있게 됩니다. 문제에서 속셈법을 쓰라는 요구가 없어도 될수록 속셈법을 쓰는것이 좋습니다.

3) 곱하기의 특수한 속셈 몇가지

(1) 어떤 수에 11을 곱할 때의 속셈

① 두자리수에 11을 곱할 때

하나자리와 열의 자리를 갈라놓고 두 수를 더한 합을 가운데 쓰고 열이 되면 1을 올립니다.

실례 11. ① 16×11 ② 39×11을 속셈하십시오.

따져보기

문제 ①에서 수 16을 갈라놓고 1에 6을 더한 7을 중간에 쓰면 176이 됩니다. 문제 ②에서 수 39를 갈라놓고 3과 9를 더하면 12가 되는데 39의 가운데에 하나자리수 2를 쓰고 1을 다음자리에 올립니다. 결과 429가 얻어집니다.

풀기 ① 16×11=176 ② 39×11=429

② 여러 자리수에 11을 곱하기

여러 자리수를 갈라놓고 서로 이웃한 두 수를 더하여 차례로 가운데 써주며 열이 되면 다음자리에 1을 올립니다.

실례 12. ① 1234×11 ② 9876×11을 속셈하십시오.

따져보기

서로 이웃한 두 수를 더할 때 때로는 자리올림이 생기므로 적의 하나자리로부터 차례로 높은 자리에 써줍니다.

풀기 ① 1234×11=13574
② 9876×11=108636

(2) 어떤 수에 5 또는 15를 곱할 때의 속셈

① 어떤 수에 5를 곱할 때

먼저 10을 곱하고 그것을 5로 나눕니다. 즉 《10을 곱한 절반》을 취합니다.

실례 13. ① 486×5 ② 287×5를 속셈하십시오.

따져보기

먼저 10을 곱해야 하므로 수의 마지막끝에 0을 써주고 그것을 2로 나눕니다.

풀기 ① 486×5=4860÷2=2430

② 287×5=2870÷2=1435

② 어떤 수에 15를 곱할 때

이 수에 그의 절반을 더하고 다시 10을 곱합니다.

실례 14. ① 246×15　② 57×15를 속셈하시오.

따져보기

어떤 수의 절반을 구할 때 짧은 나누기방법을 쓰면 계산이 정확해집니다.

풀기 ① 246×15　　　　　　2 | 246 짧은 나누기로 절반구하기

=(246+123)×10　+ 123 절반을 더하기

=369×10　　　3690 10을 곱해서 답을 구하기

=3690

② 57×15　　　　　　2 | 57 짧은 나누기로 절반구하기

=(57+28.5)×10　+28.5 절반을 더하기

=85.5×10　　　855 10을 곱해서 답을 구하기

=855

(3) 하나의 자리수가 5인 같은 두 자리수를 곱할 때의 속셈

먼저 열의 자리수에 열의 자리수보다 1이 더 큰 수를 곱하고 다시 그 뒤에 25를 써줍니다.

실례 15. 다음 계산을 속셈하십시오.

① 25×25　② 65×65

따져보기

문제 ①에서 열의 자리수는 2이고 2에 1을 더하면 3이 얻어지며 2에 3을 곱하면 6이 되므로 6의 뒤에 25를 써주면 됩니다. 문제 ②에서 6×7(7은 6보다 1이 더 큽니다)=42이고 42뒤에 25를 써주면 됩니다.

풀기 ① 25×25=625　② 65×65=4225

(4) 어떤 수에 9, 99, 999를 곱할 때의 속셈

어떤 수에 9를 곱할 때 이 수에 10을 곱하고 그 수 자체를 덜면 답이 얻어집니다. 어떤 수에 99를 곱할 때 이 수에 100을 곱하고 그 수 자체를 덜면 답이 얻어집니다. 어떤 수에 999를 곱할 때 이 수에 1000을 곱하고 그 수자체를 덜면 답이 얻어집니다.

실례 16. 다음 식을 계산하십시오.

① 12×9　　② 68×99
③ 324×99　　④ 143×999

따져보기

우에 지적한 방법을 써서 속셈할 때 《그 수자체를 던다》는것은 9, 99, 999에 곱하는 수입니다.

풀기 ① 12×9=12×10－12=120－12=108
② 68×99=68×100－68=6800－68=6732
③ 324×99=324×100－324=32400－324=32076
④ 143×999=143×1000－143=143000－143=142857

[설명] 계산에 익숙되면 우의 계산과정을 줄일수 있습니다. 실례를 들어 어떤 수에 99를 곱하려 한다면 그 수의 뒤에 0을 두개 써주고 (100을 곱하는것과 같습니다.)그 수자체를 덜면 됩니다.

(5) 두 열의 자리수를 곱할 때의 속셈

먼저 한 수에 다른 한 수의 하나자리수를 더한 다음 10을 곱하고 다시 두 수의 하나자리수를 곱한 적을 더해주면 답이 얻어집니다.

실례 17. 다음 식을 속셈하십시오.

① 13×14　　② 17×16

따져보기

문제 ①에서 13에 4를 더하면 17이 얻어지고 17에 10을 곱하면 170이 얻어집니다. 3과 4를 곱하면 12가 되므로 170에 12를 더하면 182가 얻어집니다.

문제 ②에서 17+6=23이 얻어지며 23뒤에 0을 써주고 (7×6=)42를 더해주면 272가 얻어집니다.

풀기 ① $13\times14=(13+4)\times10+3\times4=170+12=182$

② $17\times16=230+42=272$

(6) 하나자리수가 1인 두자리수를 곱할 때의 속셈

먼저 두개의 열의 자리수를 곱하고 거기에 10을 곱한 다음 두개의 열의 자리수합을 더하고 마지막자리뒤에 1을 써주면 빨리 계산됩니다.

실례 18. 다음 식을 속셈하십시오.

① 31×91 ② 71×81

따져보기

문제 ①에서 3에 9를 곱하면 27이 얻어지고 27에 10을 곱하면 270이 얻어집니다. 3에 9를 더하면 12가 되고 270에 12를 더하면 282가 얻어집니다. 다시 282의 뒤에 1을 더 써주면 2821이 얻어집니다.

문제 ②에서 70에 8을 곱하면 560(7에 80을 곱하면 560이 얻어집니다.)이 되는데 여기에 (7+8=)15를 더하면 575가 됩니다. 마지막자리에 1을 써주면 5751이 얻어집니다.

풀기 ① $31\times91=2821$

② $71\times81=5751$

(7) 열의 자리수가 같고 하나자리수의 합이 10이 되는 두 수를 곱할 때의 속셈

먼저 열의 자리수에 열의 자리수보다 1이 큰 수를 곱하고 그뒤에 두개의 하나자리수자를 곱한 적을 써주면 답이 얻어집니다. 만일 두개의 하나자리수를 곱한 적이 한자리수이면 이 수의 앞에 0을 써서 두자리수로 만듭니다.

실례 19. ① 47×43 ② 79×71을 속셈하십시오.

따져보기

문제 ①에서 4에 1을 더하면 5가 얻어지고 4에 5를 곱하면 20이 얻어집니다. 7에 3을 곱하면 21이 얻어지므로 20의 뒤에 써주면 2021이 얻어집니다. 문제 ②에서 7×8(7보다 1이 큽니다)=56, $9\times1=9$가 됩니다. 이 9앞에 0을 써주면 09가 얻어집니다. 따라서 답은 5609입니다.

풀기 ① $47\times43=2021$

② $79\times71=5609$

(8) 하나자리수가 같고 열의 자리수를 더하면 10이 되는 두자리수를 곱할 때의 속셈

먼저 열의 자리수를 곱한 적에 하나자리수를 더하고 다시 마지막자리뒤에 두개의 하나자리수를 곱한 적을 써주면 답이 얻어집니다.

만일 두개의 하나자리수를 곱한 적이 한자리수이면 이 수앞에 0을 써서 두자리수를 만듭니다.

실례 20. ① 96×16 ② 72×32를 속셈하십시오.

따져보기

문제 ①에서 9에 1을 곱하면 9가 얻어지고 9에 6을 더하면 15가 되며 6에 6을 곱하면 36이 얻어지므로 이것을 15뒤에 써주면 1536이 얻어집니다. 문제 ②에서 7에 3을 곱하면 21이 얻어지고 21에 2를 더하면 23이 얻어집니다. 2에 2를 곱하면 4가 되므로 4앞에 0을 달아 04를 만듭니다. 이 04를 23의 뒤에 써주면 2304가 얻어집니다.

풀기 ① $96\times16=1536$

② $72\times32=2304$

(9) 두 수가 다 열의 자리에 0이 있는 수를 곱할 때의 속셈

한 수에 다른 한수의 하나자리수를 더해주고 다시 마지막자리곁에 두개의 하나자리수를 곱한 적을 써주면 답이 얻어집니다. 만일 두개의 하나자리수를 곱한 적이 하나자리수이면 이 수의 앞에 0을 써주어 그것이 두 자리수로 되게 합니다.

실례 21. ① 103×106 ② 102×104를 속셈하십시오.

따져보기

문제 ①에서 103에 6을 더하면 109가 되고 3에 6을 곱하면 18이 되므로 답은 10918입니다. ②에서 102에 4를 더하면 106이 얻어지고 2에 4를 곱하면 8이 되는데 8앞에 0을 써서 08을 만듭니다. 따라서 10608이 얻어집니다.

풀기 ① $103\times106=10918$

② $102\times104=10608$

(10) 100에 가까운 두자리수를 곱할 때의 속셈

두자리수의 곱하기에서 수자가 100에 가까울수록 계산하기 시끄럽습니다. 어떻게 하면 계산이 간편해지겠습니까?

실례를 들어 98×91을 어떻게 간단한 방법으로 계산할수 있겠습니까? 어떤 학생들은 다음과 같이 계산합니다.

$$98\times91=(100-2)\times91=9100-182=8918$$

이 방법보다 더 간단한 방법이 없겠는가 하는것을 생각해봅시다.

98×91에서

$100-98=2$ ……(1)

$100-91=9$ ……(2)

$98-9=89,\ 91-2=89$이고

$2\times9=18,\ 2\times9=18$입니다.

즉 91에서 (1)을 덜면 89이고 98에서 (2)를 덜어도 89입니다. 이 89가 적의 앞의 두자리수입니다. 다시 (1)과 (2)를 곱해서 18을 얻습니다. 이것이 적의 마지막두자리수로 됩니다.

그러므로 98×91=8918입니다.

이 방법을 써서 계산할 때 다음과 같은 두가지 경우에 주의해야 합니다.

첫번째 경우는 두 차의 적이 10보다 작을 때입니다. 이때 하나자리수앞에 0을 써주어야 합니다. 그렇게 하지 않으면 적이 세자리수로 되여 틀리게 됩니다. 두번째 경우는 차가 100보다 클 때입니다. 이때 백의 자리수를 자리올림수로 보아야 합니다. 그렇게 하지 않으면 적이 다섯자리수로 되여 틀리게 됩니다.

실례를 들어 93×84를 봅시다.

$100-93=7$ ……(1)

$100-84=16$ ……(2)

그리고 $84-7=77$ 또는 $93-16=77$이고 $7\times16=112$

그러므로 93×84=7812(백의 자리에 1을 올려야 합니다.)입니다.

실례 22. ① 95×93 ② 91×88을 속셈하십시오.

풀기 ① $100-95=5,\quad 100-93=7,$
$95-7=88,\quad 5\times7=35$
이므로 $95\times93=8835$입니다.
② $100-91=9,\quad 100-88=12$
이고 $88-9=79,\quad 9\times12=108$
이므로 $91\times88=8008$이 됩니다.

우에서 속셈법과 속셈기교를 학습하였습니다. 앞으로 학생들은 이러한 원리에 기초하여 속셈에 정통하여야 합니다. 계산문제를 풀 때 비록 문제에서 속셈을 요구하지 않아도 늘 속셈법을 쓰기 위해 노력해야 합니다. 문제를 정확히 파악하고 잘 따져보면서 속셈대상을 옳바로 선택하여야 합니다.

련습 6

1. 다음의 문제들을 속셈법을 써서 계산하십시오.
(1) $729+154+271$ (2) $7999+785+215$
(3) $8376+2538+7462+1624$ (4) $997+95+548$
2. 다음 식들의 합을 구하십시오.
(1) $3+4+5+\cdots+99+100$
(2) $4+8+12+\cdots+32+36$
(3) $65+63+61\cdots+5+3+1$
3. 속셈법을 써서 다음의 문제들을 계산하십시오.
(1) $516-56-44-16$ (2) $8216-6734+2734$
(3) $5723-(723-189)$ (4) $2356-(356+187)$
(5) $723-800+277$ (6) $576+(257-176)$
(7) $756+478-156$ (8) $526-187-126$
4. 다음의 문제들을 속셈법으로 계산하십시오.
(1) $958-596$ (2) $1543+498$
5. 다음의 문제들을 계산하십시오.
(1) $5000-2-4-6-\cdots-100$
(2) $103+99+103+96+105+102+98+98+101+102$
6. 다음 수렬의 평균값을 구하십시오.

199, 202, 195, 201, 196, 201

7. 다음의 문제들을 속셈법으로 계산하십시오.

(1) $125\times25\times50\times2\times8\times4$

(2) $568\times123-45\times568-568\times53$

(3) $(10000-1000-100-10)\div10$

8. 다음의 문제들을 속셈법으로 계산하십시오.

(1) $25\div4+75\div4$ (2) $8\div7+9\div7+11\div7$

(3) $17\div8+19\div8+20\div8$ (4) $(12+24+36+48)\div6$

(5) $21\div9+22\div9+23\div9+24\div9$

9. 다음의 문제들을 어떤 속셈법으로 풀수 있습니까? 있다면 속셈법으로 계산하십시오.

(1) 125×56 (2) $25\times64\times125$

(3) $9600\div25\div4$ (4) $2222\times728\div182$

(5) 401×467 (6) $1200\div25$

10. 다음의 문제들을 계산하십시오.

(1) $24\div3\times4\times(73+52)\times(42-17)$

(2) $25+(73-48)+200\div8\times98$

(3) $(46+56)\times(172\div4)+14$

11. 다음의 문제들을 속셈으로 계산하십시오.

(1) 97×96 (2) 95×93 (3) 98×97

(4) 99×92 (5) 88×89 (6) 95×85

12. 속셈으로 다음의 문제들을 계산하십시오.

(1) 24×11 (2) 35×11 (3) 86×11

(4) 1356×11 (5) 5860×11 (6) 98765×11

13. 다음의 문제들을 속셈으로 계산하십시오.

(1) 786×5 (2) 6283×5

(3) 846×15 (4) 789×15

(5) 75×75 (6) 95×95

14. 다음의 문제들을 속셈으로 계산하십시오.

(1) 28×9 (2) 245×9 (3) 423×99

(4) 897×99 (5) 125×999 (6) 999×657

15. 다음의 문제들을 속셈으로 계산하십시오.

(1) 18×16　　(2) 17×12　　(3) 13×18
(4) 41×51　　(5) 21×91　　(6) 61×71

16. 다음 문제들의 답을 직접 쓰십시오.

(1) $78\times72=$　　(2) $69\times61=$
(3) $84\times86=$　　(4) $46\times66=$
(5) $97\times17=$　　(6) $83\times23=$

17. 다음의 문제들을 속셈으로 계산하십시오.

(1) 103×105　　(2) 104×108
(3) 107×109　　(4) 97×96
(5) 95×92　　(6) 89×88

답 및 풀기방향

1. (1) 1154　(2) 8999　(3) 20000　(4) 1640
2. (1) 5047　(2) 180　(3) 1089
3. (1) 400　(2) 4216　(3) 5189　(4) 1813
   (5) 200　(6) 657　(7) 1078　(8) 213
4. (1) 362　(2) 2041
5. (1) 2450　(2) 1007
6. $[200\times6+(2+1+1)-(1+5+4)]\div6=(1200+4-10)\div6$
   $=1194\div6=199$
7. (1) 10000000　(2) 14200　(3) 889
8. (1) 25　(2) 4　(3) 7
   (4) 20　(5) 10
9. (1) 7000　(2) 200000　(3) 96
   (4) 8888　(5) 187267　(6) 48
10. (1) 100000　(2) 2500　(3) 4400
11. (1) 9312　(2) 8835　(3) 9506
    (4) 9108　(5) 7832　(6) 8075
12. (1) 264　(2) 385　(3) 946
    (4) 14916　(5) 64460　(6) 1086415

13. (1) 3930 (2) 31415 (3) 12690
(4) 11835 (5) 5625 (6) 9025
14. (1) 252 (2) 2205 (3) 41877
(4) 88803 (5) 124875 (6) 656343
15. (1) 288 (2) 204 (3) 234
(4) 2091 (5) 1911 (6) 4331
16. (1) 5616 (2) 4209 (3) 7224
(4) 3036 (5) 1649 (6) 1909
17. (1) 10815 (2) 11232 (3) 11663
(4) 9312 (5) 8740 (6) 7832

제7절. 둘레길이구하기

직4각형의 둘레길이를 구하는 공식은 다음과 같습니다.

직4각형의 둘레길이=(길이+너비)×2

이것을 문자로 표시하면 다음과 같습니다.

$$c=(a+b)\times 2$$

여기서 c는 직4각형의 둘레길이, a는 길이, b는 너비입니다.

바른4각형의 둘레길이를 c, 한변의 길이를 a라고 하면

$$c=a\times 4$$

가 성립합니다.

이 두 공식은 표준형의 직4각형과 바른4각형의 둘레길이를 구하는 공식입니다. 이제 이 공식을 리용하여 겉보기에는 직4각형도, 바른4각형도 아닌 도형의 둘레길이를 구해봅시다. 이것은 학생들의 응용능력을 키우는데 도움이 됩니다.

능숙한 응용능력을 키워주려면 어떤 도형을 표준직4각형 또는 바른4각형으로 넘기는 능력 말하자면 어떤 도형을 표준도형으로 넘기는 《전환》능력을 키워야 합니다.

실례 1. 그림 7-1은 한 뙈기의 밀밭을 보여주는데 치수는 그림에 표시하였습니다. 이 밀밭의 둘레길이를 구하십시오.

그림 7-1

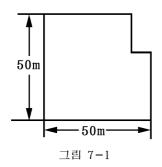
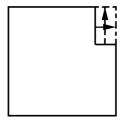



그림 7-2

따져보기

이 밀밭의 둘레길이를 구하려면 조건이 모자란다고 생각할수 있습니다. 왜냐하면 이 뙈기밭은 바른4각형이 아니고 6각형이며 이 6각형의 둘레길이를 구하려면 모든 변의 길이를 더해야 하는데 매 변의 길이가 다 주어지지 않았기때문입니다. 그러나 만일 이 도형을 그림 7-2와 같이 생각하면 6각형을 변의 길이가 50m인 바른4각형으로 넘길수 있습니다. 이렇게 넘기면 문제는 한변의 길이가 50m인 바른4각형의 둘레길이를 구하는 문제로 넘어갑니다.

풀기 50×4=200(m)

답 이 밀밭의 둘레길이는 200m입니다.

실례 2.

그림 7-3은 옆에서 본 계단모양의 도형입니다. 매 계단의 너비는 30cm이고 높이는 20cm입니다. 이 계단의 두 옆면의 둘레길이는 몇m입니까?

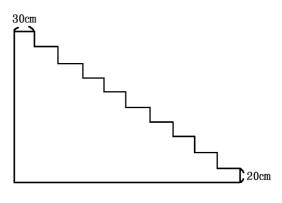



그림 7-3

따져보기

계단옆면의 둘레길이를 구하려면 매층의 계단너비를 맨 웃층의 높이와 같은 곳까지 이동시키고 매 계단의 높이를 오른쪽으로 이동시켜 맨 아래층의 높이와 같은 곳까지 가져가면 본래의 그림은 직4각형이 됩니다. 이때 생겨나는 직4각형의 길이는 30×10=300(cm)이고 너비는 20×10=200(cm)가 됩니다.

풀기 (30×10+20×10)×2=500×2=1000(cm), 1000cm=10m

답 계단의 두 옆면의 둘레길이는 10m입니다.

실례 3. 그림 7－4는 우에서 내려다 본 학교의 평면도입니다. 여기서 a=120m, b=130m, c=70m, d=60m, ℓ=250m입니다. 체육선생님은 매일 이 학교둘레를 세바퀴씩 달립니다. 선생님은 매일 아침 몇 m씩 달리겠습니까?

따져보기

그림 7－4 그림 7－5

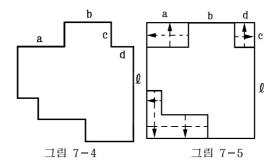



그림 7－4의 일부 선분을 그림 7－5의 화살표로 표시한 곳까지 이동시켰다고 생각합니다. 이렇게 하면 그림 7－4의 둘레길이는 그림 7－5의 직4각형의 둘레길이로 됩니다.

풀기 그림 7－5에서 직4각형의 한변의 길이는 a+b+d=120+130+60=310(m)이고 다른 한변의 길이는 c+ℓ=70+250=320(m)입니다. 그러므로 직4각형의 둘레길이는 (320+310)×2=1260(m)입니다. 그러므로 선생님이 매일 달리는 거리는 1260×3=3780(m)입니다. 이 식들을 종합하면 다음과 같습니다.

[(120+130+60)(70+250)]×2×3=(310+320)×2×3=630×2×3=3780(m)

답 체육선생님이 매일 달리는 거리는 3780m입니다.

실례 4. 그림 7－6은 우에서 내려다 본 방안의 평면도입니다. 그림에서 서로 다른 글자는 서로 다른 변의 길이를 표시합니다. b=50m, c=30m, g=10m입니다. 이 방의 둘레길이를 구하십시오.

따져보기

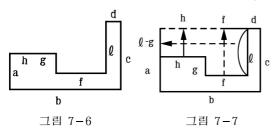
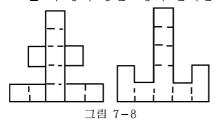



그림 7－6의 선분 h, f를 그림 7－7의 d의 왼쪽에 옮겨 d와 련결시키면 h+f+d=b=50m가 됩니다. 선분 ℓ－g부분을 a까지 이동시키고 a와 련결시키면 a+(ℓ－g)=c=30m가 됩니다. 이때 선분 ℓ은 선분 g와 같은 길이만큼 남습니다. 그러므로 이 평면도의 둘레길이는 (b+c+g)×2입니다.

그림 7－6　　그림 7－7

풀기 (50+30+10)×2=90×2=180(m)입니다.

답 이 방의 평면도형의 둘레길이는 180m입니다.

실례 5. 그림 7－8은 꼭 같은 몇개의 바른4각형으로 된 《土, 山》의 두 한문글자입니다. 매 바른4각형의 한 변의 길이는 3cm입니다.

이 두 글자의 둘레길이의 합은 얼마입니까?

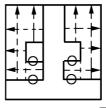
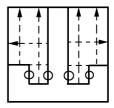
그림 7－8

따져보기 1

그림 7－8을 그림 7－9(화살표로 표시한 부분이 넘긴 부분입니다)로 넘깁니다. 그림에서 동그라미 《○》로 표시한 부분은 넘어가지 않은 부분입니다. 이렇게 하면 그림 7－8에 있는 두 글자의 둘레길이는 그림 7－9에 있는 두개

의 큰 바른4각형의 둘레길이와 길이가 3cm인 8개 선분의 합으로 됩니다.

그림 7−9

풀기 1 (1) 그림 7−9에서 큰 바른4각형의 변의 길이는

$$3\times5=15(cm)$$

입니다.

(2) 그림 7−9에서 두개의 큰 바른4각형의 둘레길이의 합은

$$15\times4\times2=120(cm)$$

입니다.

(3) 그림 7−9에서 동그라미 《○》로 표시한 8개 선분의 총 길이는

$$3\times8=24(cm)$$

입니다.

(4) 그림 7−9에서 두 글자의 둘레길이는 모두

$$120+24=144(cm)$$

입니다.

답 두 글자의 둘레길이는 모두 144cm입니다.

따져보기 2

그림 7−9에서 《土》자의 둘레길이는 선분의 길이가 3cm인 24개의 선분의 합이고 《山》자의 둘레길이도 선분의 길이가 3cm인 24개의 선분의 합과 같습니다. 그러므로 《土, 山》의 두 글자의 둘레길이는 선분의 길이가 3cm인 24개의 선분의 합의 2배입니다.

풀기 2: $3\times24\times2=72\times2=144(cm)$입니다.

또 다음과 같이 계산할수도 있습니다.

$$3\times24+3\times24=72+72=144(cm)$$

따져보기 3

그림 7−9에서 두 글자 《土, 山》의 둘레길이는 선분의 길이가 3cm인 선분 48개의 합입니다.

풀기 3: $48 \times 3 = 144(cm)$
입니다.

련습 7

1. 그림 7−10에서 《+》자의 가로와 세로길이는 모두 6cm입니다. 《+》자의 둘레길이는 몇 cm입니까?

2. 그림 7−11은 3개의 직4각형으로 되여있습니다. 그림 ①의 길이는 128cm이고 너비는 64cm입니다. 그림 ②의 길이와 너비는 각각 그림 ①의 길이와 너비의 절반입니다. 그림 ③의 너비와 길이는 각각 그림 ②의 너비와 길이의 절반입니다. 종합산수식을 세워 가장 간단한 방법으로 이 도형의 둘레길이를 구하십시오.

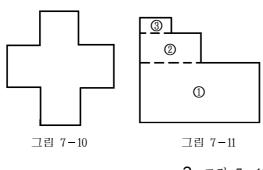



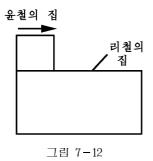
그림 7−10　　그림 7−11

3. 그림 7−12는 윤철이와 리철이가 살고있는 구역의 평면도입니다. 그림의 웃부분은 한개의 바른4각형이고 한변의 길이는 120m입니다. 그림의 아래부분은 직4각형이고 길이는 400m, 너비는 200m입니다. 실선은 자동차길을 표시합니다. 윤철은 자동차길을 따라 리철의 집에 가는데 1분동안에 80m갑니다. 몇분이면

그림 7−12

리철의 집에 갈수 있겠습니까?(두가지 방법으로 종합산수식을 세워 푸십시오.)

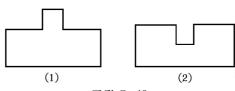



그림 7－13

4. 그림 7－13의 (1), (2)는 나무모형의 평면도입니다. 그림 (1)의 웃부분은 한변의 길이가 20cm인 바른4각형이고 아래부분은 길이가 100cm, 너비는 40cm인 직4각형입니다. 그림 (2)의 오목한 부분은 한변의 길이가 20cm인 바른4각형이고 바깥부분은 길이가 100cm이고 너비가 40cm인 직4각형입니다.

(1) 간단한 방법으로 이 두 나무모형의 둘레길이를 구하십시오.

(2) 이 두 나무모형도를 합쳐서 한개의 직4각형을 만들고 이 직4각형의 둘레길이를 구하십시오.

5. 그림 7－14는 어떤 기계부속품의 평면도입니다. 그림에서 가장 짧은 선분은 모두 5cm이고 부속품의 길이는 35cm이며 높이는 30cm입니다. 이 부속품의 둘레길이는 얼마입니까?

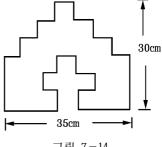



그림 7－14

답 및 풀기방향

1. 본래의 그림을 그림 7－15와 같이 그립니다.

《+》자의 둘레길이=그림 7－15의 바른4각형의 둘레길이

즉 $6\times4=24$(cm)입니다.

2. 본래의 그림을 그림 7－16과 같이 그립니다. 본래그림을 조립한 둘레길이는 그림의 직4각형의 둘레길이와 같게 됩니다. 즉

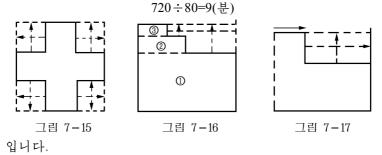
$$(128+64+64\div2+64\div2\div2)\times2=480(\text{m})$$

입니다.

3. (방법 1) 본래그림을 그림 7－17과 같이 직4각형으로 그립니다. 자동차길의 길이는 (400+200+120=)720m입니다. 윤철이가 자기 집으로부터 리철의 집까지 가는데 걸린 시간은

$$720\div80=9(\text{분})$$

그림 7－15 그림 7－16 그림 7－17

입니다.

(방법 2) 자동차길의 길이는 $120\times2+(400-120)+200=720$이고 시간은

$$720\div80=9(\text{분})$$

입니다.

4. (1) 본래그림을 그림 7－18 (1)과 같이 고칩니다.

두 나무모형의 둘레길이는

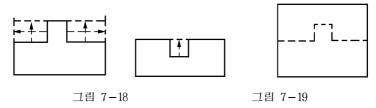
$$(40+20+100)\times 2+(100+40+20)\times 2=640(cm)$$

입니다.

(2) 그림 7−13(2)를 뒤집어 그림 7−13 (1)의 웃면에 놓으면 그림 7−19와 같이 됩니다. 이 직4각형의 둘레길이는

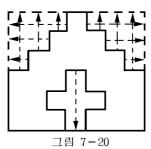
$$(100+40\times 2)\times 2=360(cm)$$

입니다.

그림 7−18　　　　그림 7−19

5. 본래그림을 그림 7−20과 같이 고칩니다. 기계부속품의 둘레길이는 그림에 표시한 제일 큰 직4각형의 둘레길이에 《+》의 왼쪽과 오른쪽에 있는 길이가 5cm인 10개 선분의 합과 같습니다.

$$(35+30)\times 2+5\times 10=180(cm)$$

입니다.

그림 7−20

제8절. 나무심기문제

봄과 가을은 나무심기가 가장 좋은 계절입니다. 나무를 심고 꽃밭을 가꾸는것과 같은 일상생활속에도 수학문제가 있습니다. 실례를 들어 나무를 심을 간격과 대수를 결정하려면 계산이 필요합니다.

실례 1. 어떤 동뚝의 길이가 600m입니다. 이 동뚝에

5m 간격으로 은행나무를 심으려고 합니다. 나무가 몇대 있어야 합니까?

따져보기

두 은행나무사이의 거리를 한 토막으로 한다면 동뚝을 몇개 토막으로 가를수 있겠는가를 생각하여야 합니다. 동뚝의 량끝에도 나무를 심어야 하므로 필요한 나무대수는 갈라놓은 토막수보다 한대 더 많아야 합니다.

풀기 (1) 한토막의 길이가 5m여야 하므로 동뚝을 가르는 토막개수는

$$600 \div 5 = 120(\text{토막})$$

이고

(2) 심어야 할 나무대수는

$$120 + 1 = 121(\text{대})$$

입니다. 종합하면

$$600 \div 5 + 1 = 121(\text{대})$$

가 됩니다.

(검산) $5 \times (121 - 1) = 5 \times 120 = 600(\text{m})$

계산결과가 주어진 조건과 일치하므로 풀이가 정확합니다.

답 121대의 나무가 있어야 합니다.

실례 2. 두 집사이의 거리는 40m입니다. 4m간격으로 살구나무를 심으려 합니다. 살구나무가 몇대 있어야 합니까?

따져보기

두 살구나무사이의 거리를 토막의 길이로 하면 두 집사이의 거리를 몇 토막으로 가를수 있겠는가를 생각합니다(이것은 실례 1의 경우와 다릅니다). 량끝에 살구나무를 심을수 없습니다. 그러므로 필요한 나무대수는 토막개수보다 1개 더 적습니다.

풀기 (1) 한토막(구간)의 길이가 4m이므로 40m를 토막으로 가르면

$$40 \div 4 = 10(\text{토막})$$

이 됩니다.

(2) 요구되는 살구나무대수는

$$10-1=9(\text{대})$$

입니다. 종합하면

$$40\div4-1=9(\text{대})$$

가 됩니다.

(검산) $4\times(9+1)=4\times10=40(\text{m})$

답 살구나무가 9대 있으면 됩니다.

실례 3. 그림 8－1과 같이 길이가 36m인 꺾인선이 있습니다. 이 꺾인선을 따라 1m 간격으로 배나무를 심는다면 배나무가 몇그루 있어야 합니까?

따져보기

그림 8－1에 보여준 꺾인선을 직선으로 편다면 길이가 36m인 직선분으로 됩니다. 한토막의 길이는 1m이므로 이 꺾인선을 몇토막으로 가를수 있는가를 생각해야 합니다. 시작점과 끝점에도 배나무를 심어야 하므로 배나무는 토막수보다 1개 더 많아야 합니다.

그림 8－1

풀기 (1) 한 토막사이의 거리가 1m이므로 토막개수는

$$36\div1=36(\text{토막})$$

(2) 배나무는

$$36+1=37(\text{그루})$$

종합하면

$$36\div1+1=36+1=37(\text{그루})$$

답 배나무가 37그루 있어야 합니다.

※ 이 문제를 다른 방법으로 풀수 없겠는가를 생각해보십시오. 자체로 식을 세워 풀어보고 그 리유를 설명하십시오.

나무심기문제풀이에서 중요한것은

닫긴 경로가 아닌 경우(즉 시작점과 끝점이 일치하지 않을 때 실례를 들면 직선, 꺾인선, 반원 등)

(1) 시작점과 끝점에 나무를 심는 경우 심을 나무는 갈라놓은 토막(구간)개수에 1을 더해야 한다는것입니다.

(2) 시작점과 끝점에 나무를 심지 않는 경우 심을 나무수는 분할된 토막(구간)개수에서 1을 덜어야 한다는것입니다.

이제 아래에서 나무심기문제의 원리를 응용하여 풀수 있는 문제를 생각합시다.

실례 4. 학교체육대회입장식에 125명의 선수들이 참가합니다. 그들은 한 행에 5명씩 서서 행진하는데 앞사람과 뒤사람사이 간격은 2m입니다. 주석단의 길이는 32m입니다. 그들의 행진속도가 1분에 40m씩이라면 주석단을 지나가는데 몇분이 걸리겠습니까?

따져보기

겉으로 볼 때 이 문제는 앞에서 든 실례들과 완전히 다릅니다. 그런데 사실은 나무심기문제의 거꿀문제입니다. 주어진 조건이 《125명의 학생이 입장식에 참가하였으며》 《한행에 5명씩 서서 행진합니다.》는데 따라 대렬이 모두 몇행이겠는가를 계산할수 있습니다. 매 행은 주어진 나무수에 해당하고 《앞행과 뒤행사이의 간격이 2m이다.》라는것은 두 나무사이의 거리에 해당합니다. 이런 조건에 의하여 이 입장식대렬의 전체 길이를 계산할수 있습니다. 입장식대렬의 길이에 주석단의 길이를 더하면 매 선수들이 주석단을 지나는 길이가 계산될수 있습니다. 매 선수들이 주석단을 지날 때 걸어간 거리를 행진속도로 나누면 주석단을 지나는데 걸리는 시간이 얻어집니다.

풀기 (1) 입장식대렬의 행이 몇개입니까?

$$125 \div 5 = 25(\text{행})$$

(2) 입장식 대렬의 총 길이는 몇 m입니까?

$$2 \times (25-1) = 48(\text{m})$$

(3) 입장식 대렬의 전체 길이와 주석단길이의 합 즉 매 선수들이 주석단을 지날 때 걸어가야 할 거리는 얼마입니까?

$$48 + 32 = 80(\text{m})$$

(4) 주석단을 지나가는데 걸리는 시간은 얼마입니까?

$$80 \div 40 = 2(\text{분})$$

종합하면 다음과 같습니다.

$$[2\times(125\div5-1)+32]\div40=2(분)$$

답 주석단을 지나는데 2분이 걸립니다.

실례 5. 륙군, 해군, 공군의 세 군종의 군인들로 구성된 열병대가 있는데 매 군종은 각각 400명씩이고 모두 8종대로 행진합니다. 륙군종대의 앞렬과 뒤렬사이의 간격은 1m이고 해군종대의 앞렬과 뒤렬사이의 간격은 2m이며 공군종대의 간격은 3m입니다. 매 군종대렬사이의 간격은 4m이며 세 군종의 군인들은 1분동안에 80m씩 행진합니다. 세 군종의 대렬이 98m인 주석단을 지나려면 몇분이 걸리겠습니까?

따져보기

이 문제는 나무심기문제의 거꿀문제입니다. 이것은 나무대수, 서로 이웃한 두 나무사이의 거리가 주어졌을 때 심은 나무들의 전체 길이를 구하는 문제와 같습니다. 세 군종의 열병대가 주석단을 지나야 하므로 세 군종의 열병대의 길이외에 주석단의 길이도 생각해야 합니다. 총 길이와 군인들의 행진속도만 알면 주석단을 지나는데 걸리는 시간을 알수 있습니다.

풀기 (1) 세 군종대렬의 매 행의 군인수는 얼마입니까?

$$400\div8=50(명)$$

(2) 륙군대렬의 길이는 얼마입니까?

$$1\times(50-1)=49(m)$$

(3) 해군대렬의 길이는 얼마입니까?

$$2\times(50-1)=98(m)$$

(4) 공군대렬의 길이는 얼마입니까?

$$3\times(50-1)=147(m)$$

(5) 세 군종의 대렬사이의 간격은 얼마입니까?

$$4\times(3-1)=8(m)$$

(6) 세 군종대렬의 전체 길이는 얼마입니까?

$$48+98+147+8=302(m)$$

(7) 대렬의 길이와 주석단의 길이의 합은 얼마입니까?

$$302+98=400(m)$$

(8) 주석단을 지나가는데 걸리는 시간은 얼마입니까?

$$400 \div 80 = 5(\text{분})$$

이 식들을 종합하여 간단한 방법으로 계산할수 있게 식을 세워보십시오.

종합하면

$[1 \times (400 \div 8 - 1) + 2 \times (400 \div 8 - 1) + 3 \times (400 \div 8 - 1) + 4 \times (3 - 1) + 98] \div 80 =$

$[49 \times (1+2+3) + 8 + 98] \div 80 = (49 \times 6 + 8 + 98) \div 80 = 400 \div 80 = 5(\text{분})$

답 주석단을 지나는데 걸리는 시간은 5분입니다.

이상에서 닫기지 않은 구간에서의 나무심기문제를 보았습니다. 이제 닫긴구간에서의 나무심기문제를 생각합시다.

실례 6. 직4각형모양의 못이 있는데 바깥쪽의 긴 변의 길이는 52m이고 너비는 32m입니다. 못의 테두리에 철기둥을 박고 철기둥의 끝에 철판을 씌웁니다. 기둥사이의 간격은 2m입니다. 철판이 몇개 있어야 하겠습니까?

따져보기 1

이것은 닫긴 경로의 나무심기문제입니다. 시작할 때 한개의 철판을 씌우고 차례로 씌워나간다면 마지막에 씌워야 할 철판은 처음의것과 겹치는것으로 됩니다. 그러므로 필요한 철판의 개수는 분할된 구간의 개수와 같습니다.

풀기 1: $(52+32) \times 2 \div 2 = 84 \times 2 \div 2 = 84(\text{개})$

답 필요한 철판은 84개입니다.

따져보기 2

직4각형의 못의 긴 변에 먼저 설치할수 있습니다. 이때 두 끝에 다 설치해야 하므로 철판개수는 분할된 토막개수보다 하나 더 많아집니다. 다음 짧은 변에 설치해야 합니다. 이때 량끝에는 이미 설치되여있으므로 설치해야 할 철판개수는 분할된 토막개수보다 하나 적어야 합니다.

풀기 2: $(52 \div 2 + 1) \times 2 + (32 \div 2 - 1) \times 2 = 27 \times 2 + 15 \times 2 = 54 + 30 = 84(\text{개})$

※ 다음식이 정확한가를 따져보십시오. 왜 그렇겠습니까?

(1) $(32\div2+1)\times2+(52\div2-1)\times2$

(2) $[(52+32)\div2+1]+[(52+32)\div2-1]$

(3) $(52\times2\div2+1)+(32\times2\div2-1)$

실례 7. 원형인 꽃밭의 둘레길이는 120m입니다. 만일 이 꽃밭둘레에 6m간격으로 목란꽃을 심고 다시 이 두그루의 목란꽃사이에 같은 간격으로 두 그루의 장미꽃을 심는다면 목란꽃은 몇그루 있어야 합니까? 그리고 장미꽃은 몇그루 있어야 합니까? 두 그루의 목란꽃사이에 있는 두 장미꽃사이의 간격은 얼마입니까?

따져보기

원둘레에 나무를 심을 때 처음 심은 한그루와 마지막에 심은 한그루가 겹친다고 볼수 있으므로 심어야 할 나무수는 분할된 토막개수와 같습니다. 서로 이웃한 두 목란꽃사이에 같은 간격으로 두그루의 장미꽃을 심어야 하므로 장미꽃수는 토막수에 2를 곱한 적과 같습니다. 서로 이웃한 두 목란꽃사이에 같은 거리로 두그루의 장미꽃을 심는다는것은 4그루의 꽃들사이에 간격이 같은 토막구간이 3개 있다는것을 말합니다.

풀기 (1) 한개의 토막구간이 6m이므로 목란꽃수는

$$120\div6=20(\text{그루})$$

(2) 심어야 할 장미꽃수는

$$2\times20=40(\text{그루})$$

(3) 한개의 토막구간에 있는 꽃수(목란꽃과 장미꽃)는

$$2+2=4(\text{그루})$$

(4) 4그루의 꽃을 6m의 구간에 심어야 하므로 두 나무사이의 거리는

$$6\div(4-1)=2(\text{m})$$

입니다. 종합하면

(1) $120\div6=20$(그루)

(2) $2\times(120\div6)=40$(그루)

(3) $6\div(2+2-1)=2$(m)

답 목란꽃을 20그루, 장미꽃을 40그루 심을수 있고 서로 이웃한 두 목란꽃사이에 심는 2그루의 장미꽃사이의 거리는 2m입니다.

실례 8. 공원에 그림 8-2와 같은 등변제형의 꽃밭이 있습니다. 두 밑변의 길이는 각각 20m, 40m이고 두 옆변의 길이는 각각 20m입니다. 이 등변제형의 둘레에 2m간격으로 목란꽃 한그루씩 심습니다. 네 정점에 반드시 심어야 한다면 목란꽃이 몇그루 있어야 하겠습니까?

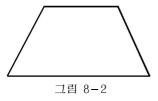



그림 8-2

따져보기

그림 8-2로부터 알수 있는바와 같이 이것은 닫긴길우의 나무심기문제입니다. 이때 심어야 할 목란꽃수는 토막선분의 개수와 같습니다.

풀기 (1) 등변제형의 둘레길이는

$$20+20\times2+40=20+40+40=100(\text{m})$$

(2) 목란꽃수

$$100\div2=50(\text{그루})$$

종합하면 다음과 같습니다.

$$(20+20\times2+40)\div2=100\div2=50(\text{그루})$$

답 목란꽃 50그루가 있어야 합니다.

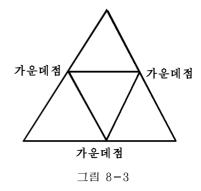
나무심기문제풀기에서 중요한것은 다음으로 닫긴길(실례를 들면 원, 바른4각형, 3각형, 직4각형, 제형 등)에서의 나무심기문제인 경우, 시작점과 끝점이 겹치는 문제이기때문에 심는 나무수는 분할할수 있는 토막선분의 개수와 같습니다.

앞으로 나무심기문제를 풀 때 먼저 문제의 내용을 잘 파악하고 어떤 조건밑에서의 나무심기문제인가를 정확히 판단하며 구체적인 풀이법을 찾아야 한다는것입니다.

실례 9. 학교교재림가운데 바른3각형모양의 못(그림 8-3)이 있는데 한변의 길이가 100m입니다. 그림의 매 선분에 꽃을 심습니다. 두 꽃사이의 거리는 2dm이며 매 정점에 꼭 꽃을 심어야 합니다. 모두 몇그루의 꽃을 심을수 있습니까?

따져보기

그림 8−3에서 볼수 있는바와 같이 큰 바른3각형의 둘레에 심는 꽃수는 토막선분의 개수와 같습니다. 중간에 있는 작은 바른3각형의 둘레길이에 꽃을 심을 때 3개 정점은 큰 바른3각형인 경우에 이미 계산되였으므로 작은 3각형인 경우를 계산할 때 반복되는 3개를 계산하지 말아야 합니다.

그림 8−3

풀기 (1) 큰 바른3각형의 둘레에 심을수 있는 꽃수는

$$10m=100dm$$
$$100\times3\div2=150(\text{그루})$$

(2) 작은 바른3각형의 둘레에 심을수 있는 꽃수는

$$100\div2=50(dm)$$
$$50\times3\div2-3=75-3=72(\text{그루})$$

(3) 심을수 있는 꽃수는

$$150+72=222(\text{그루})$$

종합하면

$$10m=100dm,\ 100\div2=50(dm)$$
$$100\times3\div2+(50\times3\div2-3)=150+(75-3)=150+72=222(\text{그루})$$

답 심을수 있는 꽃은 222그루입니다.

※ 다음의 식이 정확한가를 따져보고 왜 그런가를 설명하십시오.

$$10m=100dm,\ 100\div2=50(dm)$$
$$100\times3\div2+(50\div2-1)\times3=150+72=222(\text{그루})$$

실례 10. 길이가 60m이고 너비가 40m인 직4각형모양의 인공호수의 가운데 그림 8−4와 같이 두개의 동뚝이 있습니다. 호수의 네 둘레와 동뚝우에 2m간격으로 버드나무를 한그루씩 심으려 한다면 모두 몇대의 버드나무가 있어야 합

니까? 사귀는 곳마다 반드시 버드나무를 심어야 합니다.

따져보기

그림 8－4에서 볼수 있는바와 같이 인공호수의 네 둘레에 심을수 있는 나무수는 직4각형모양의 인공호수의 둘레길이를 분할한 토막선분의 개수와 같고 중간에 있는 긴 동뚝에 심을수 있는 버드나무수는 직4각형의 길이를 분할한 토막선분의 개수에서 1을 덜어낸것과 같습니다. 중간에 있는 짧은 동뚝에 심어야 할 버드나무수는 직4각형의 너비를 분할한 토막선분의 개수에서 1을 덜어낸것과 같습니다. 그리고 중간에서 겹치는 곳에 심을 나무를 고려해야 합니다. 즉 1을 또 덜어야 합니다.

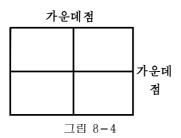



그림 8－4

풀기 (1) 인공호수의 네 둘레에 심어야 할 버드나무수

$$(60+40)\times2\div2=100\times2\div2=100(\text{그루})$$

(2) 긴 동뚝에 심을수 있는 버드나무수

$$60\div2-1=30-1=29(\text{그루})$$

(3) 짧은 동뚝에 심어야 할 버드나무수

$$40\div2-1-1=20-2=18(\text{그루})$$

(4) 심어야 할 버드나무의 총수

$$100+29+18=147(\text{그루})$$

답 모두 147그루의 버드나무를 심어야 합니다.

련습 8

1. 새로 닦은 2km의 도로구간에 50m간격으로 전주를 세우는데 시작점과 끝점에 반드시 세워야 합니다. 전주가 몇대 있어야 합니까?

2. 어떤 학교의 정문으로부터 청사의 출입문까지의 길이는 100m입니다. 8m간격으로 은행나무를 심으려 한다면 몇그루 있어야 합니까?

3. 무궤도전차길옆에 7m간격으로 가로수가 서있습니다. 윤미는 무궤도전차를 타고가면서 한쪽길에 서있는 가로수를 세였는데 3분동안에 151대를 세였습니다. 무궤도전차는 한시간동안에 얼마만한 거리를 달리겠습니까?

4. 어떤 사열식에 52대로 구성된 자동차행렬이 참가하였는데 자동차의 길이는 4m이고 앞차와 뒤차사이의 거리는 6m이며 차들은 1분동안에 105m씩 나갑니다. 이 자동차행렬이 길이가 536m인 주석단을 지나려면 몇분 걸리겠습니까?

5. 800명으로 구성된 인민군구분대가 한행에 4명씩 서서 길이가 281m인 큰 다리를 지나갑니다. 매 행사이의 거리는 1m이며 1초에 4m씩 지나갑니다. 이 구분대가 다리를 지나려면 몇분이 걸리겠습니까?

6. 체육축전에 3000명이 참가하였습니다. 이 인원으로 25개의 대렬을 무었습니다. 대렬의 한 행은 12명이며 행사이의 간격은 1m이고 대렬과 대렬사이의 거리는 8m입니다. 입장식대렬의 총 길이는 얼마입니까?

7. 바른3각형모양의 꽃밭이 있는데 한변의 길이는 20m입니다. 정점들에 꼭 꽃을 심어야 하며 꽃과 꽃사이의 간격은 모두 2m입니다. 이 꽃밭둘레에 몇그루의 꽃을 심을수 있습니까?

8. 바른4각형모양의 못이 있는데 바깥쪽변의 길이는 40m입니다. 바깥쪽둘레에 철관기둥을 세우려 하는데 매 기둥사이의 간격은 2m입니다. 철관기둥이 몇대 있어야 합니까?

9. 그림 8-5와 같은 반원모양의 꽃밭이 있습니다. 꽃밭의 직경은 AB=20m이고 반원둘레의 길이는 AB=31.4m입니다. 이 반원모양의 꽃밭둘레에 2dm 간격으로 꽃을 심습니다. 직경의 두 끝에는 반드시 꽃을 심어야 합니다. 몇그루의 꽃이

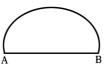
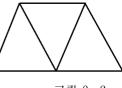



그림 8-5

그림 8-6

있어야 합니까?

10. 그림 8−6과 같이 제형모양의 강냉이밭이 있는데 한변의 길이가 20m인 3개의 바른3각형으로 되여있습니다. 새들이 낟알을 먹는것을 막기 위하여 매 선분의 끝점으로부터 시작하여 2m간격으로 허수아비를 만들어 세우려면 몇개의 허수아비가 있어야 합니까?

답 및 풀기방향

1. $2km=2000m$, $2000\div 50+1=41$(대)

2. 문제의 조건으로부터 량끝에 심지 못한다는것을 알수 있습니다. 길의 량옆에 다 심어야 합니다.

$$(100\div 8-1)\times 2=23(\text{그루})$$

3. 이것은 나무심기문제의 거꿀문제입니다. 먼저 무궤도전차가 3분동안에 달릴수 있는 거리를 구한 다음 1분동안 달리는 거리를 계산합니다. 마지막으로 한시간에 얼마나 달렸는가를 계산합니다.

$$7\times(151-1)\div 3\times 60\div 1000=21(km).$$

또는 $7\times(151-1)\times(60\div 3)\div 1000=21(km)$

4. 따져볼 때 자동차행렬이 지나가는 거리는 주석단의 길이와 자동차행렬의 길이의 합과 같다는데 주의를 돌려야 합니다.

$$[4\times 52+6\times(52-1)+536]\div 105=10(\text{분})$$

5. $[281+1\times(800\div 4-1)]\div 4\div 60=2$(분)

6. $1\times(3000\div 25\div 12-1)\times 25+8\times(25-1)=225+192$ $=417(m)$

7. $20\times 3\div 2=30$(그루)

8. $40\times 4\div 2=80$(대)

또는 $(40\div 2+1)\times 2+(40\div 2-1)\times 2=80$(대)

또는 $(40\times 2\div 2+1)+(40\times 2\div 2-1)=80$(대)

9. $20m=200dm$, $31.4m=314dm$

$(200+314)\div2=257$(그루)

10. 먼저 제형의 네 변에 몇개의 허수아비를 세우겠는가를 구하고 다시 제형안의 두 직선우에 몇개의 허수아비를 세워야 하겠는가를 생각합니다. 마지막에 합을 구합니다.

$$20\times5\div2+(20\div2-1)\times2=68(\text{개})$$

제9절. 합과 배수에 관한 응용문제

합과 배수에 관한 문제란 크고 작은 두 수의 합과 그 수들의 배수관계를 알고 이 두 수를 구하는 응용문제입니다.

실례를 들면 어느날 광진은 윤철에게 《너는 올해에 몇살인가?》라고 물었습니다. 윤철이는 다음과 같이 대답하였습니다. 《나와 어머니의 나이를 합치면 40살이고 어머니의 나이는 나의 지금 나이의 4배이다. 내가 올해에 몇살인가를 맞추어보라!》

이렇제 크고 작은 두 수의 합을 알고 큰 수가 작은 수의 몇배라는것이 주어졌을 때 이 두 수를 구하는 문제를 합과 배수에 관한 응용문제라고 부릅니다. 합과 배수에 관한 응용문제에 어떤 규칙이 있으며 어떤 방법으로 풀겠는가를 생각해봅시다. 이런 문제를 쉽게 풀수 있는 가장 좋은 방법은 문제에서 주어진 조건에 따라 선분그림을 그리고 잘 따져보는것입니다.

실례 1. 윤철이와 그의 어머니의 나이를 합하면 40살이고 어머니의 나이는 윤철이나이의 4배입니다. 윤철이와 어머니는 각각 몇살입니까?

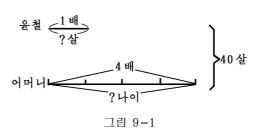



그림 9-1

따져보기

그림 9−1과 같이 그림을 그립니다. 그림으로부터 알수 있는바와 같이 만일 윤철의 나이를 1배로 본다면 어머니의 나이가 윤철의 나이의 4배이므로 윤철이의 나이와 어머니나이의 합은 윤철의 나이의 5배에 해당합니다. 즉 (4+1)배입니다. 5몫은 40살이므로 1몫을 알수 있습니다. 따라서 4몫도 계산할수 있습니다.

풀기 (1) 윤철이와 어머니나이의 배수합은

4+1=5(배)

(2) 윤철의 나이는 몇살입니까?

40÷5=8(살)

(3) 어머니의 나이는 얼마입니까?

8×4=32(살)

종합하면 40÷(4+1)=8(살)

8×4=32(살)

답 윤철이는 8살이고 어머니는 32살입니다.

답이 정확한가를 밝히기 위하여 다음과 같이 검산합니다.

(1) 8+32=40(살)

(2) 32÷8=4(배)

검산결과는 문제의 조건을 만족시킵니다. 그러므로 풀이가 정확합니다.

실례 2. 두대의 비행기 A, B가 동시에 같은 비행장을 떠나서 서로 반대방향으로 날아갑니다. 3시간동안에 모두 3600km를 날았습니다. A의 속도는 B속도의 2배입니다. 두 비행기의 속도는 각각 얼마입니까?

따져보기

선분도를 그림 9−2와 같이 그립시다. 두 비행기가 3시간동안에 3600km를 날았으므로 두 비행기가 1시간동안에 날아간 거리를 구할수 있습니다. 그림 9−2에서 알수 있는바와 같이 이 속도합은 B속도의 3배에 해당합니다. 이로부터 B의 속도를 구할수 있고 다시 B의 속도에 의하여 A의 속도를 구할수 있습니다.

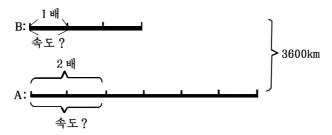



그림 9－2

풀기 (1) A, B가 1시간동안에 날아간 거리(속도합)는 얼마입니까?

$$3600 \div 3 = 1200(km)$$

(2) B의 속도는 얼마입니까?

$$1200 \div (2+1) = 400(km/h)$$

(여기서 h는 시간을 나타냅니다.)

(3) A가 한시간동안에 날아가는 속도는 얼마입니까?

$$400 \times 2 = 800(km/h)$$

종합하면 다음과 같습니다.

$$3600 \div 3 \div (2+1) = 400(km/h)$$

(B가 한시간동안에 날아가는 속도)

$$400 \times 2 = 800(km/h)$$

(A가 한시간동안에 날아가는 속도)

답 두 비행기 A, B가 한시간동안에 날아가는 속도는 각각 800km/h와 400km/h입니다.

자체로 검산해보십시오.

실례 3. 동생은 과외도서 20권을 가지고있고 형은 과외도서 25권을 가지고있습니다. 형이 동생에게 몇권을 주면 동생의 과외도서가 형의 과외도서의 2배로 되겠습니까?

따져보기

그림 9－3과 같이 선분도를 그립니다. 그림 9－3을 살펴보면 다음과 같이 생각할수 있습니다.

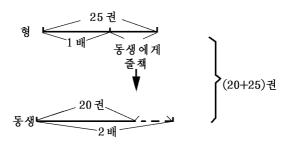



그림 9-3

(1) 형이 동생에게 과외도서를 주기전과 준 다음에도 변하지 않는 량은 무엇입니까?

(2) 형이 동생에게 준 과외도서권수를 구하려면 무슨 조건을 알아야 합니까?

(3) 만일 형에게 남아있는 과외도서를 1배로 본다면 형이 동생에게 과외도서를 준 다음 동생이 가지고있는 과외도서가 형에게 남아있는 과외도서의 몇배입니까?

이상의 몇개문제를 생각하면 형이 동생에게 주어야 할 과외도서권수를 계산할수 있습니다. 조건에 의하여 형에게 몇권의 과외도서가 남아있는가를 계산합니다. 만일 형에게 남아있는 과외도서를 1배로 본다면 이때 동생이 가지고있는 과외도서는 형에게 남아있는 과외도서의 2배로 볼수 있습니다. 즉 형과 동생이 가지고있는 과외도서의 합은 형에게 남아있는 과외도서의 3배로 됩니다. 형과 동생이 가지고있는 과외도서의 총수는 변하지 않습니다.

풀기 (1) 형과 동생이 가지고있는 과외도서는 모두 몇권입니까?

$$20+25=45(권)$$

(2) 형이 동생에게 몇권의 과외도서를 준 다음 형과 동생이 가지고있는 책의 배수합은 얼마입니까?

$$2+1=3(배)$$

(3) 형에게 남아있게 될 과외도서는 몇권입니까?

$$45\div3=15(권)$$

(4) 형과 동생에게 주어야 할 과외도서는 몇권입니까?

$$25-15=10(\text{권})$$

종합하면 다음과 같습니다.

$$25-(20+25)\div(2+1)=10(\text{권})$$

(검산) $(20+10)\div(25-10)=30\div15=2(\text{배})$

$(20+10)+(25-10)=30+15=45(\text{권})$

검산해보면 주어진 조건을 만족시키므로 답은 정확합니다.

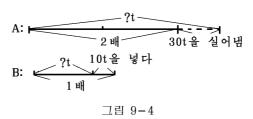
답 형은 동생에게 10권의 과외도서를 주어야 합니다.

실례 4. 두 량곡창고 A, B에 모두 170t의 식량이 보관되여있었습니다. 후에 A창고에서 30t을 꺼내여 B창고에 10t을 넣었습니다. 이때 A창고에 있는 량곡은 B창고에 있는 량곡의 2배였습니다. 이 두 창고에 본래 량곡이 각각 몇t씩 있었겠습니까?

따져보기

그림을 그리면 그림 9-4와 같습니다.

≪A, B 두 창고에 본래 170t의 량곡이 있었고 A창고에서 30t을 꺼내여 B창고에 10t을 넣었다.≫는데 기초하여 A, B 두 창고에 모두 몇 t의 량곡이 있었는가를 구할수 있습니다.

그림 9-4

≪이때 A창고의 량곡이 B창고량곡의 2배이다.≫에 의하여 B창고의 량곡을 1배로 본다면 A, B 두 창고에 있는 량곡은 B창고에 있는 량곡의 3배에 해당합니다. 따라서 이때 B창고에 몇t의 량곡이 있었는가를 구할수 있습니다. 따라서 본래 B창고에 있는 량곡량도 계산할수 있습니다. 마지막에 A창고의 량곡량도 구할수 있습니다.

풀기 (1) A창고에서 30t을 실어내가면 이때 A, B 두 창

고에 량곡이 모두 몇t 있었겠습니까?

$$170-30=140(t)$$

(2) B창고에 10t을 넣으면 A, B 두 창고에 있는 량곡량은 몇t입니까?

$$140+10=150(t)$$

(3) 이때 A, B 두 창고에 있는 량곡량은 B창고에 있는 량곡량의 몇배에 해당하겠습니까?

2+1=3(배)

(4) 이때 B창고에 있는 량곡은 몇t입니까?

$$150\div3=50(t)$$

(5) B창고에 본래 있은 량곡은 몇t입니까?

$$50-10=40(t)$$

(6) A창고에 본래 있은 량곡은 몇t입니까?

$$170-40=130(t)$$

종합하면 다음과 같습니다.

(170－30+10)÷(2+1)－10=40(t)(B창고에 있는 량곡)

170－40=130(t) (A창고에 있는 량곡)

(검산) (1) 130+40=170(t)

(2) (130－30)÷(40+10)=2(배)

답 A창고에 본래 있은 량곡량은 130t이고 B창고에 본래 있은 량곡량은 40t입니다.

※ 만일 우에서 리용한 방법을 쓰지 않고 A창고에 본래 있은 량곡량을 어떻게 구할수 있겠습니까? 다음의 산수식에 기초하여 이 식을 따져보십시오.

$$(170-30+10)\div(2+1)\times2+30$$

《합과 배수에 관한 문제》의 풀기에서 중요한것은

합÷(배수+1)=작은 수(작은 수 즉 1배수)

작은수 ×배수=큰 수(큰 수 즉 몇배인 수)

또는 합－작은 수=큰 수

련습 9

1. 식료품상점에 흰사탕가루와 누런사탕가루가 모두 234kg있는데 흰사탕가루는 누런사탕가루의 2배입니다. 상점에 있는 흰사탕가루와 누런사탕가루는 각각 몇 kg입니까?

2. 두 기름통 A, B에 160kg의 기름이 들어있습니다. 만일 B통안의 기름을 A통에 20kg 넣으면 A통안에 있는 기름량은 B통안에 있는 기름량의 3배로 됩니다. A, B 두 통에 본래 있은 기름은 각각 몇 kg이겠습니까?

3. 과일상점에 사과와 배가 있습니다. 사과는 배의 2배입니다. 이가운데서 사과를 180kg 팔았더니 남아있는 사과와 배는 본래 있던 사과와 배의 절반(본래 있던 사과와 배의 합)이 되였습니다. 상점에 본래 사과와 배는 각각 몇 kg씩 있었겠습니까?

4. 식료품상점에 있는 흰사탕가루량을 누런사탕가루량으로 나눈 상은 3입니다. 흰사탕가루의 량은 누런사탕가루의 량을 더한 합에 상을 더하면 163이 됩니다. 흰사탕가루와 누런사탕가루가 각각 얼마씩 있었겠습니까?

5. 리아저씨는 매일 부속품을 1000개 생산합니다. 김아저씨가 생산하는 부속품량은 리아저씨가 생산하는 량의 2배입니다. 두 아저씨가 매일 생산하는 부속품중에서 합격품은 불합격품의 99배입니다. 두 아저씨가 매일 생산하는 부속품중에서 합격품은 모두 몇개입니까?

6. 어느 한 농장의 논면적은 320ha이고 밭면적은 180ha입니다. 몇 ha의 밭을 논으로 풀면 논면적이 밭면적보다 3배만큼 더 많게 할수 있겠습니까?

7. 세 수 A, B, C의 합은 450인데 수 A는 수 B의 2배이고 수 C는 수 B의 3배입니다. 세 수 A, B, C는 각각 얼마이겠습니까?

8. 흰 사탕과 빨간 사탕이 모두 300kg 있습니다. 흰 사탕의 무게는 빨간 사탕의 2배보다 30kg 더 많습니다. 흰 사탕과 빨간 사탕은 각각 몇 kg입니까?

답 및 풀기방향

1. $234\div(2+1)=78$(kg)(누런사탕가루)
$78\times2=156$(kg)(흰사탕가루)

2. 《B통안의 기름을 A통에 20kg 넣는다.》해도 A, B 두 통의 기름을 합한 량은 160kg입니다. 따라서 B통의 기름은

$$160\div(3+1)+20=60\text{(kg)}$$

이고 A통의 기름은

$$160-60=100\text{(kg)}$$

입니다.

3. 180kg은 사과와 배의 절반이므로 사과와 배는 모두 $180\times2=360$(kg) 있었습니다. 따라서 사과는 $180\times2\div(2+1)\times2=240$(kg), 배는 $360-240=120$(kg) 있었습니다.

4. 《흰사탕가루의 량을 누런사탕가루의 량으로 나눈 상이 3이다.》에 의하여 흰사탕가루의 량은 누런사탕가루량의 3배이라는것을 알수 있습니다. 또 《흰사탕가루량에 누런사탕가루량을 더한 합에 다시 상을 더하면 163이다.》에 의하여 두 사탕가루의 합은 $163-3$이라는것을 알수 있습니다. 따라서 누런사탕가루는

$$(163-3)\div(3+1)=40\text{(kg)}$$

이고 흰사탕가루는

$$40\times3=120\text{(kg)}$$

입니다.

5. 두 아저씨가 매일 생산하는 부속품중에서 합격품은

$$(1000+1000\times2)\div(99+1)\times99=2970\text{(개)}$$

또는 $1000\times(2+1)\div(99+1)\times99=2970$(개)입니다.

6. 《논면적이 밭면적의 3배이다.》라는것은 논면적과 밭면적의 합이 (3+1)배라는것을 의미합니다.

$$180-(320+180)\div(3+1+1)=80\text{(ha)}$$

7. A, B, C 세 수의 배수합은 $1+2+3=6$이므로 B는 $450\div(1+2+3)=75$이고 A는 $75\times2=150$, C는 $75\times3=225$입니다.

8. 빨간 사탕은 $(300-30)\div(2+1)=90$(kg)이고 흰 사탕은

$90\times2+30=210$(kg)입니다.

제10절. 차와 배수에 관한 응용문제

앞절에서 그림을 리용하여 《합과 배수에 관한 문제》를 풀었던것처럼 이제 《차와 배수》에 관한 문제를 생각합시다. 앞에서처럼 차와 배수에 관한 응용문제도 그의 구성특성을 파악하는것이 중요합니다. 크고작은 두 수의 차와 큰 수가 작은 수의 몇배라는것을 알고 이 두 수를 구하는 문제를 차와 배수에 관한 문제라고 부릅니다.

실례 1. 건설작업반에서 첫날에 운반한 전주수는 두번째 날에 운반한 전주수보다 120대 더 많습니다. 첫날에 운반한 전주수는 두번째 날에 운반한 전주수의 3배입니다. 2일동안에 운반한 전주는 각각 몇대입니까?

따져보기

그림을 그리면 다음과 같습니다.

그림 10－1에서 볼수 있는바와 같이 두번째 날에 운반한 전주수를 1배로 보면 첫날에 운반한 전주수는 두번째 날에 운반한 전주수의 3배로 됩니다. 그리고 첫날에 운반한 전주수는

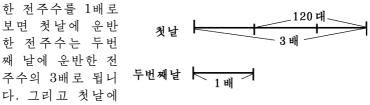



그림 10－1

두번째 날에 운반한 전주수보다 (3－1)배 더 많습니다. 즉 2배입니다. 《첫날에 두번째 날보다 120대 더 운반하였다.》 즉 첫날에 두번째 날보다 120대 더 운반하였다는것은 두번째 날의 2배에 해당합니다. 다시말하면 2배에 120대가 대응됩니다. 즉 2배는 120대입니다. 이렇게 하여 1배가 몇대인가를 알수 있으며 따라서 3배가 몇대인가를 알수 있습니다.

풀기 (1) 첫날에 두번째 날보다 몇배 더 운반하였습니까?

$$3-1=2(\text{배})$$

(2) 두번째 날에 운반한 전주는 몇대입니까?

$$120\div2=60(\text{대})$$

(3) 첫날에 운반한 전주는 몇대입니까?

$$60\times3=180(\text{대})$$

종합하면 다음과 같습니다.

$120\div(3-1)=60$(대) (두번째 날에 운반한 전주수)

$60\times3=180$(대) (첫날에 운반한 전주수)

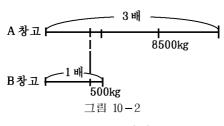
(검산) $180-60=120$(대) $180\div60=3$(배)

답 첫날과 두번째 날에 운반한 전주수는 각각 180대와 60대입니다.

실례 2. A창고에 보관되여있는 량곡량은 B창고에 있는 량의 3배이며 A창고에서 8500kg을 꺼내고 B창고에서 500kg을 꺼내자 두 창고에 있는 량곡량이 같게 되였습니다. 두 창고에 각각 몇 kg의 량곡이 있었습니까?

따져보기

선분도를 그리면 그림 10−2와 같습니다.

그림 10−2

다음과 같은 몇개 문제를 생각해봅시다.

(1) 《A창고에 있는 량곡이 B창고의 3배이다.》에 의하여 B창고의 량곡을 1배로 볼수 있겠습니까?

(2) 만일 A창고에서 500kg 적게 꺼낸다면 꺼내는 량곡량은 B창고에 있는 량곡량의 몇배에 해당하겠습니까?

(3) B창고에 있는 량곡량을 어떻게 구하겠습니까?

(4) A창고에 있는 량곡량을 어떻게 구하겠습니까?

풀기 (1) 만일 A창고에서 500kg을 적게 꺼낸다면 A창고에서 꺼내는 량곡량은 얼마이겠습니까?

$$8500-500=8000(kg)$$

(2) A창고에 있는 량곡량이 B창고의 3배일 때 A창고의 량곡이 B창고의 량곡보다 몇배 많겠습니까?

$$3-1=2(배)$$

(3) 처음 B창고에 있은 량곡량은

$$8000\div2=4000(kg)$$

(4) 처음 A창고에 있은 량곡량은

$$4000\times3=12000(kg)$$

종합하면 $(8500-500)\div(3-1)$

$=8000\div2=4000(kg)$(처음 B창고에 있은 량곡량)

$4000\times3=12000(kg)$(처음 A창고에 있은 량곡량)

(검산) $12000\div4000=3(배)$

$12000-8500=3500(kg)$ (두 창고에 남아있는 량곡량은 같습니다.)

$4000-500=3500(kg)$

답 A창고에 량곡이 12000kg, B창고에 량곡이 4000kg 있었습니다.

실례 3. 두 통에 꼭같은 량의 기름이 있습니다. A통에서 12kg을 꺼내서 B통에 14kg을 넣으면 B통의 기름량이 A통기름량의 3배로 됩니다. 두 통에는 각각 몇 kg의 기름이 있었습니까?

따져보기

그림을 그리면 그림 10-3과 같습니다.

먼저 그림 10-3을 살펴본데 기초하여 어떻게 식을 세워 풀겠는가를 생각해야 합니다.

(1) 문제의 조건에 의하여

그림 10-3

어느것을 1배로 보겠는가를 결정할수 있겠습니까?

(2) 그림으로부터 (12+14)kg이 A통에 남아있는 기름의 몇배입니까?

(3) A통에 남아있는 기름질량을 어떻게 구하겠습니까?

(4) 두 통에 본래 있은 기름의 질량을 각각 어떻게 구하겠습니까?

풀기 (1) B통에 14kg의 기름을 넣었을 때의 질량이 A통에 남아있는 기름(A통에서 12kg을 꺼낸다음의 나머지 기름)의 질량보다 얼마 더 많겠습니까?

$$12+14=26(\text{kg})$$

(2) B통에 14kg의 기름을 넣었을 때의 질량이 A통에 남아있는 기름질량의 몇배입니까?

$$3-1=2(\text{배})$$

(3) A통에 남아있는 기름의 질량은 얼마입니까?

$$26\div 2=13(\text{kg})$$

(4) 두 통에 본래 있은 기름의 질량은 얼마입니까?

$$13+12=25(\text{kg})$$

종합하면

$$(12+14)\div(3-1)+12=25(\text{kg})$$

답 두 통에 본래 있은 기름은 각각 25kg입니다.

$$(\text{검산})\ (25+14)\div(25-12)=39\div 13=3(\text{배})$$

(※) 두 통에 본래 있은 기름질량을 계산하면 다음과 같습니다.

$$(12+14)\div(3-1)\times 3-14=25(\text{kg})$$

이것이 맞습니까? 이렇게 계산하는 리유를 설명해보십시오.

실례 4. 종업원수가 꼭 같은 A, B 두 직장가운데서 A직장에서 120명을 B직장에 보내면 B직장의 종업원수가 A직장 종업원수의 4배로 됩니다. 매 직장의 본래 종업원수는 몇명이였습니까?

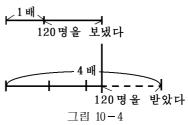
따져보기

그림을 그리면 다음과 같습니다.

다음과 같이 문제를 생각해야 합니다.

(1) 두 직장의 종업원을 이동시킨 다음의 인원수 차는 얼마입니까?

(2) 이 인원수 차가 A직장에서 종업원을 이동시킨후 즉 A직장에 남아있는 종업원수의 몇배에 해당하겠습니까?

그림 10-4

(3) A직장에 남아있는 종업원수를 어떻게 구하겠습니까?

(4) 매 직장에 있는 본래 종업원수를 어떻게 구하겠습니까?

(5) 매 직장에 있는 본래 종업원수를 몇가지 방법으로 구할수 있겠습니까?

(6) 자기의 계산결과를 검산할수 있습니까?

종합하면 다음과 같습니다.

방법 1: $120\times2\div(4-1)+120=200$(명)

방법 2: $120\times2\div(4-1)\times4-120=200$(명)

방법 3: $(120+120)\div(4-1)+120=200$(명)

(검산) $(200+120)\div(200-120)=320\div80=4$(배)

답 매 직장의 본래 종업원수는 200명입니다.

《차와 배수》에 관한 문제의 풀이에서 중요한것

두 수의 차÷(배수−1)=작은 수(1배수)

작은 수×배수=큰 수(몇배인 수)

또는 작은 수+두 수의 차=큰 수

련습 10

1. 크기가 서로 다른 2개의 식량창고에 몇 t의 식량이 있습니다. 큰 창고에 있는 식량은 작은 창고에 있는 식량보다 496t 더 많고 큰 창고의 식량은 작은 창고에 있는 식량의 3배입니다. 큰 창고와 작은 창고에 있는 식량은 각각 몇t입니까?

2. 닭공장에 있는 수닭은 암닭보다 279마리 적습니다. 암닭은 수닭의 4배입니다. 암닭과 수닭은 모두 몇마리입니까?

3. 어떤 공장에 있는 남성로동자수는 녀성로동자수보다 55명 더 많습니다. 만일 녀성로동자를 5명 줄이면 남성로동자수가 녀성로동자수의 3배로 됩니다. 남성로동자는 몇명입니까?

4. 어떤 직장에 있는 남성로동자수는 녀성로동자수보다 55명 더 많습니다. 만일 남성로동자 5명을 다른 직장으로 보내면 남성로동자수가 녀성로동자수의 3배로 됩니다. 본래 남성로동자는 몇명 있었습니까?

5. 길이가 꼭 같은 두개의 전기줄이 있습니다. 첫번째 전기줄에서 46m를 잘라내고 두번째 전기줄에서 19m를 잘라냈습니다. 나머지전기줄을 계산해보니 두번째 전기줄의 길이는 첫번째 전기줄길이의 4배였습니다. 두 전기줄의 본래 길이는 각각 몇 m였겠습니까?

6. 두 수 A, B가 있습니다. 만일 수 A에 50을 더하면 수 B와 같게 되고 수 B에 350을 더하면 수 A의 3배로 됩니다. 두 수 A, B는 각각 몇입니까?

7. 크기가 서로 다른 두개의 옹근백인 수가 있습니다. 큰 수는 작은 수의 4배입니다. 이 두 수의 가장 높은 자리수의 차는 6입니다. 이 두 수는 각각 얼마입니까?

8. A상자안의 사과의 질량은 B상자안의 사과질량보다 30kg 더 무거운데 A상자안의 사과의 질량은 B상자안의 사과의 3배입니다. 이 두 상자안의 사과의 질량은 모두 몇kg입니까?

9. 1반과 2반이 가지고있는 본래의 책의 권수는 꼭 같습니다. 후에 1반학생들은 새책을 150권 샀습니다. 2반 학생들은 본래 가지고있던 책가운데서 100권을 1반에 주었습니다. 이렇게 되여 1반이 가지고있는 책은 2반이 가지고있는 책의 3배로 되였습니다. 두 반이 본래 가지고있던 책은 각각 몇권입니까?

답 및 풀기방향

1. 작은 창고에는 $496\div(3-1)=248$(t)있었고 큰 창고에는 $248\times3=744$(t)있었습니다.

2. 수닭과 암닭은 모두 $279\div(4-1)\times(1+4)=465$(마리)입니다.

또는 $279\div(4-1)=93$(마리)

$93+93\times4=465$(마리)입니다.

3. $(55+5)\div(3-1)\times3=90$(명)

4. $(55-5)\div(3-1)\times3+5=80$(명)

5. $(46-19)\div(4-1)+46=55$(m)

또는 $(46-19)\div(4-1)\times4+19=55$(m)

6. 수 A는

$(50+350)\div(3-1)=200$이고

수 B는

$200+50=250$입니다.

7. 《이 두 수의 가장 높은 자리수의 차가 6이다.》에 의하여 큰 수에서 작은 수를 던 차가 100×6(6은 백의 자리수이기때문에)이라는것을 알수 있습니다.

$100\times6\div(4-1)=200$(작은 수)

$200\times4=800$(큰 수)

8. $30\div(3-1)\times(3+1)=60$(kg)

9. $(150+100)\div(3-1)+100=225$(권)

제11절. 합과 차에 관한 문제

합과 차에 관한 문제란 크기가 서로 다른 두 수의 합과 두 수의 차를 알고 이 두 수가 각각 얼마인가를 구하는 응용문제를 말합니다.

이와 같은 응용문제를 풀려면 두 수의 차가 얼마인가를 서로 다른 방식으로 표시할줄 알아야 합니다. 왜냐하면 어떤 문제에서는 두 수의 차가 명백히 알려져있지만 또 어떤 문제에서는 두 수의 차가 명백히 표현되지 않고 숨어있는 경우도 있기때문입니다. 여기서 숨어있는 차를 《숨은차》 또는 《암차》라고 부릅니다.

실례를 들면 《형이 가지고있는 연필가운데서 동생에게 3대를 주면 두 사람이 가지고있는 연필대수가 같습니다.》는 조건을 생각해봅시다. 만일 형이 가지고있는 연필이 동생이 가지고있는 연필보다 3대(숨은차) 더 많다고 한다면 그것은 틀린 생각입니다. 사실 형은 동생이 가지고있는 연필보다 6대가 더 많으며 형이 동생에게 3대를 주면 자기에게 3대가 남게 되며 다시 거기에 그들이 본래 가지고있은 연필을 더하면 형과 동생의 연필대수가 꼭 같게 됩니다. 여기서 $3\times2=6$대입니다. 즉 이것이 숨은차입니다.

《형이 연필을 동생에게 3대 주면 형은 동생이 가지고있는 연필보다 1대 더 많습니다.》라는 조건을 주었다고 하면 이것은 형의 연필대수가 동생의것보다 $3\times2+1=7$(대) 더 많다는것을 말합니다.

실례 1. 두 상자에 사과가 150 kg이 있는데 첫번째 상자의것은 두번째 상자의것보다 8kg 더 많습니다. 두 상자에 있는 사과는 각각 몇 kg입니까?

따져보기

다음과 같이 생각합니다. 두번째 상자와 첫번째 상자의 질량이 같다고 가정하면 두 상자의 질량은 $150+8=158$(kg)이 됩니다. 첫번째 상자의 질량과 두번째 상자의 질량이 같다고

하면 두 상자의 질량은 150－8=142(kg)이 됩니다.

이것을 그림으로 표시하면 그림 11－1과 같습니다.

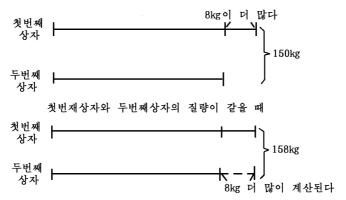
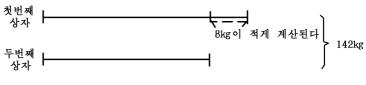



그림 11－1

풀기 1 (1) 두번째 상자의 질량은 몇 kg입니까?

$$(150-8)\div 2=71(kg)$$

(2) 첫번째 상자의 질량은 몇 kg입니까?

$$71+8=79(kg)$$

또는 $150-71=79(kg)$

풀기 2 (1) 첫번째 상자의 질량은 몇 kg입니까?

$$(150+8)\div 2=79$$

(2) 두번째 상자의 질량은 몇 kg입니까?

$$79-8=71(kg)$$

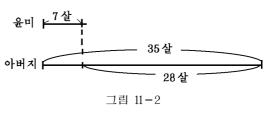
또는 $150-79=71(kg)$

답 첫번째 상자의 질량은 79kg이고 두번째 상자의 질량은 71kg입니다.

실례 2. 올해에 윤미는 7살이고 그의 아버지는 35살입니다. 두 사람의 나이합이 58일 때 윤미와 아버지의 나이는 각각 몇살입니까?

따져보기

문제에서는 윤미와 그의 아버지의 나이차가 주어지지 않았습니다. 그런데 두 사람의 올해 나이는 주어졌습니다. 올해 두 사람의 나이차는 35－7=28(살)입니다. 몇년이 지나는가에 관계없이 두 사람의 나이차는 변하지 않습니다. 그러므로 두 사람의 나이 합이 58살일 때도 그들의 나이차는 28살입니다. 합과 차에 관한 문제에 의거하여 이 문제를 풀수 있습니다.

그림 11－2

풀기 (1) 아버지의 나이는 몇살입니까?

$$[58+(35-7)]\div 2=(58+28)\div 2=43(\text{살})$$

(2) 윤미의 나이는 몇살입니까?

$$58-43=15(\text{살})$$

답 아버지와 윤미의 나이합이 58살일 때 윤미는 15살이고 아버지는 43살입니다.

실례 3. 한 학생이 학과경연에서 받은 국어성적과 수학성적의 평균점수는 94점이고 수학성적은 국어성적보다 8점이 더 많습니다. 국어와 수학성적은 각각 얼마입니까?(이 경연의 채점은 100점을 만점으로 하였습니다.)

따져보기

합과 차에 관한 문제를 푸는 기본고리는 합과 차를 아는것입니다. 이 문제에서 수학과 국어성적사이의 차는 8점입니다. 그러나 수학과 국어성적의 합은 주어지지 않았습니다. 조

건에서는 두 과목의 평균성적이 94점이라는것이 주어졌습니다. 이에 의하여 두 과목성적의 합을 알수 있습니다.

그림을 그리면 다음과 같습니다.

수학성적
8점이 더 많다
94점 +94점
국어성적

그림 11-3

풀기 (1) 수학과 국어성적의 합은 얼마입니까?

$$94 \times 2 = 188(\text{점})$$

(2) 수학은 몇점입니까?

$$(188+8) \div 2 = 196 \div 2 = 98(\text{점})$$

(3) 국어는 몇점입니까?

$$(188-8) \div 2 = 90(\text{점})$$

$$\text{또는 } 98-8=90(\text{점})$$

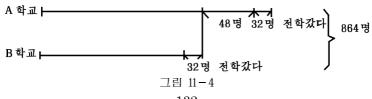
답 이 학생의 경연성적은 국어가 90점, 수학이 98점입니다.

실례 4. 두 학교 A, B에 있는 학생은 모두 864명입니다. A학교의 학생 32명을 B학교에 전학시켰을 때 A학교의 학생수가 B학교의 학생수보다 아직도 48명이 더 많습니다. A, B 두 학교에 본래 있은 학생은 각각 몇명입니까?

따져보기

A, B 두 학교의 학생수는 모두 864명이고 A학교에서 B학교에 32명을 전학시켜도 A학교 학생수는 B학교 학생수보다 아직도 48명이 더 많다는데로부터 A학교 학생수가 B학교보다 $32 \times 2 + 48 = 112$(명)이 더 많다는것을 알수 있습니다. 112명은 두 학교의 본래 학생수의 차입니다.

그림을 그리면 그림 11-4와 같습니다.

그림 11-4

풀기 (1) B학교의 본래학생은 몇명입니까?

$$(864-32\times2-48)\div2=376(\text{명})$$

(2) A학교의 본래학생은 몇명이겠습니까?

$$864-376=488(\text{명})$$

답 A학교의 본래학생은 488명이고 B학교의 본래학생은 376명입니다.

합과 차에 관한 문제의 풀기에서 중요한것

(합+차)÷2=큰 수, 큰 수－차=작은 수

또는 (합－차)÷2=작은 수, 작은 수+차=큰 수

[설명] 우의 네개의 실례를 푸는 과정을 통하여 알수 있는바와 같이 문제에서 준 조건이 비록 다르기는 하지만 풀기 방법을 생각하는 과정과 풀기는 같습니다.

실례 5. 다음의 두 수사이의 적당한 자리에 더하기, 덜기부호를 써넣어 산수식이 성립되게 하십시오.

1 2 3 4 5 6 7 8 9=5

따져보기

다음과 같이 생각합시다. 1부터 9까지의 수를 더하여서는 5를 만들지 못합니다. 일부 수를 더하고 거기서 일부 수를 덜어야만 5를 만들수 있습니다. 즉 수 1부터 9까지의 합은 45이고 두 부분의 차가 5여야 하므로 먼저 이 두 부분의 수합을 구하고 합과 차에 관한 문제의 풀이방법을 리용하여 풀어봅시다.

$$(45-5)\div2=20,\ 20+5=25$$

이므로 몇개 수의 합이 25가 되게 하고 다른 부분의 수합이 20이 되게 한 다음 25에서 20을 덜면 됩니다.

실례를 들면 5+6+9=20이므로

$$1+2+3+4-5-6+7+8-9=5$$

가 됩니다. 또 5+7+8=20이므로

$$1+2+3+4-5+6-7-8+9=5$$

가 됩니다. 또 3+4+6+7=20이므로

$$1+2-3-4+5-6-7+8+9=5$$

가 됩니다.

※ 이 문제를 다른 방법으로 풀수 없겠는가를 생각해보십시오.

련습 11

1. 식물원에 복숭아나무와 배나무가 모두 150그루 있습니다. 복숭아나무는 배나무보다 20그루 더 많습니다. 나무는 각각 몇그루씩 있습니까?

2. 두 통 A, B안에 기름이 모두 30kg 들어있습니다. 만일 A통안의 기름 6kg을 B통에 넣으면 두 통안의 기름질량이 꼭 같게 됩니다. 두 통안에 있은 기름은 각각 몇 kg입니까?

3. 석과 크롬을 리용하여 500kg의 합금을 만들려고 합니다. 크롬의 질량은 석의 질량보다 100kg 더 많습니다. 석과 크롬은 각각 몇 kg이겠습니까?

4. 어떤 공장에서 지난해와 올해의 평균생산액은 96만원입니다. 올해의 생산액은 지난해보다 10만원이 더 많습니다. 지난해와 올해의 생산액은 각각 몇만원이겠습니까?

5. A, B 두 학교의 학생은 모두 1245명입니다. 만일 A학교에서 B학교로 20명을 전학시키면 A학교의 학생수가 B학교 학생보다 아직도 5명이 더 많습니다. 두 학교의 학생은 각각 몇명이였습니까?

6. 세 물체 A, B, C의 평균질량은 31kg이며 A물체의 질량은 물체 B, C 질량의 합보다 1kg 가볍습니다. B물체는 물체의 질량의 2배보다도 2kg 더 무겁습니다. 이 세 물체의 질량은 각각 몇 kg입니까?

7. 두 공장 A, B의 로동자수는 모두 1980명입니다. A공장이 B공장을 지원하기 위하여 285명을 뽑아서 B공장에 보냈습니다. 이때 B공장의 로동자수는 A공장보다 24명 적었습니다. 두 공장에 있던 로동자수는 얼마입니까?

8. A, B, C의 3개 학급이 있습니다. A학급에서 한명의 학생을 B학급에 편입시키면 두 학급의 학생수가 꼭 같게 됩니

다. B학급의 한명의 학생을 C학급에 편입시키면 C학급은 B 학급보다 2명이 더 많아집니다. A학급과 C학급의 학생은 몇 명입니까? A학급은 C학급보다 몇명 더 많습니까?

답 및 풀기방향

1. 복숭아나무: (150+20)÷2=85(대)
   배나무: 150−85=65(대)
2. A통의 기름: (30+6×2)÷2=21(kg)
   B통의 기름: 30−21=9(kg)
3. 석의 질량: (500−100)÷2=200(kg)
   크롬의 질량: 500−200=300(kg)
4. 올해 생산액: (96×2+10)÷2=1(만원)
   지난해 생산액: 101−10=91(만원)
5. B학교의 본래 학생수: [1245−(20×2−5)]÷2=600(명)
   A학교의 본래 학생수: 1245−600=645(명)
6. 세 물체의 총 질량은 31×3=93(kg)
   A물체의 질량: (93−1)÷2=46(kg)
   C물체의 질량: (93−46−2)÷(2+1)=15(kg)
   B물체의 질량: 93−46−15=32(kg)
7. A공장의 로동자수: (285×2+24+1980)÷2=1287(명)
   B공장의 로동자수: 1287−(285×2+24)=1287−594=693(명)
8. A학급은 C학급보다 2명의 학생이 더 많습니다.

제12절. 차가 언제나 같아지는 문제

나이가 서로 다른 두 사람사이의 나이차는 변하지 않습니다. 즉 올해의 나이차나 다음해의 나이차는 늘 같습니다. 이와 같이 《차가 불변》이라는 사실만 알면 나이를 쉽게 계산할수 있습니다.

실례 1. 올해에 광진이의 나이는 8살이고 아버지의 나이는 34살입니다. 광진이가 몇살일 때 아버지나이가 광진이나이의 3배로 되겠습니까?

따져보기

광진이의 나이가 몇살인가에 관계없이 아버지는 (34−8=)26살 더 많습니다. 아버지나이가 광진이나이의 3배로 될 때도 아버지나이는 광진이의 나이보다 26살 더 많습니다. 이렇게 이 나이차는 변하지 않습니다. 이 차와 배수를 리용하여 나이를 계산할수 있습니다. 차와 배수에 관한 문제에서 리용한 방법을 그대로 쓸수 있습니다.

풀기 (1) 아버지의 올해 나이는 광진이의 올해 나이보다 얼마 더 많습니까?

$$34-8=26(살)$$

(2) 아버지나이가 광진이나이의 3배일 때 아버지나이가 광진이나이보다 몇배 더 많겠습니까?

$$3-1=2(배)$$

(3) 아버지나이가 광진이나이의 3배일 때 광진이나이는

$$26\div2=13(살)$$

종합하면

$$(34-8)\div(3-1)=13(살)$$

(검산) $13-8=5(살)$, $34+5=39(살)$, $39\div13=3(배)$

검산결과 문제의 조건이 만족됩니다.

답 광진이가 13살 때 아버지나이가 광진이나이의 3배로 됩니다.

실례 2. 지금 할머니의 나이는 64살이고 손녀의 나이

는 13살입니다. 몇년후에 할머니나이가 손녀나이의 4배로 되겠습니까?

따져보기

할머니의 나이와 손녀의 나이가 많아져도 그 나이차는 변하지 않고 할머니의 나이는 손녀나이보다 4－1=3(배)만큼 더 많습니다. 그런데 할머니나이와 손녀의 나이와의 차는 64－13=51(살)입니다. 이 차를 리용하여 문제를 풀면 됩니다.

풀기 (1) 할머니의 지금 나이가 손녀의 나이보다 몇살이나 더 많겠습니까?

64－13=51(살)

(2) 할머니의 나이가 손녀나이의 4배일 때 할머니나이와 손녀나이의 배수는 얼마이겠습니까?

4－1=3(배)

(3) 할머니의 나이가 손녀나이의 4배일 때 손녀의 나이는 몇살이겠습니까?

51÷3=17(살)

(4) 손녀가 17살이 되는 해가 몇년후이겠습니까?

17－13=4(년)

종합하면

(64－13)÷(4－1)－13=4(년)

(검산)

64+4=68(살)

13+4=17(살)

68÷17=4(배)

검산결과가 문제의 조건을 만족시키므로 풀이는 정확합니다.

답 4년후이면 할머니나이가 손녀나이의 4배로 됩니다.

실례 3. 올해에 누나의 나이는 13살이고 동생의 나이는 9살입니다. 누나와 동생나이의 합이 40살일 때 누나와 동생의 나이가 각각 몇살이겠습니까?

따져보기 1

누나와 동생의 나이차는 13－9=4(살)입니다. 만일 40살에서 누나와 동생의 나이차를 덜고 2로 나누면 동생의 나이

가 얻어집니다. 동생의 나이에 다시 4를 더하면 누나의 나이가 얻어집니다.

풀기 (1) 누나는 동생보다 몇살 더 많습니까?

13－9=4(살)

(2) 누나와 동생의 나이 합이 40살일 때 동생의 나이의 2배되는 나이는 얼마입니까?

40－4=36(살)

(3) 누나와 동생의 나이합이 40살일 때 동생의 나이는 얼마입니까?

36÷2=18(살)

(4) 누나와 동생의 나이합이 40살일 때 누나의 나이는 얼마입니까?

18+4=22(살)

종합하면

[40－(13－9)]÷2=18(살)(동생)

18+(13－9)=22(살) (누나)

답 누나와 동생나이의 합이 40일 때 누나의 나이는 22살, 동생의 나이는 18살입니다.

따져보기 2

언제나 누나와 동생사이의 나이차는 13－9=4(살)입니다.

만일 40살에 나이차를 더하고 2로 나누면 구하려는 누나의 나이가 되고 이 누나의 나이에서 4를 덜면 동생의 나이가 얻어집니다.

종합하면

[40+(13－9)]÷2=22(살) (누나)

22－(13－9)=18(살) (동생)

따져보기 3

누나와 동생의 나이합 40살에서 지금의 누나와 동생의 나이 합 즉 13+9=22(살)을 던 값은 몇년후에 누나와 동생의 나이합이 40이 되겠는가를 보여줍니다. 다음 다시 2로 나누고 지금의 나이를 각각 더하면 누나와 동생의 나이가 얻어집니다.

종합하면

$$[40-(13+9)]\div 2=9(\text{년})$$

$$13+9=22(\text{살}) \quad (\text{누나의 나이})$$

$$9+9=18(\text{살}) \quad (\text{동생의 나이})$$

또는

$$(40-13-9)\div 2+13=22(\text{살}) \quad (\text{누나의 나이})$$

$$(40-3-9)\div 2+9=18(\text{살}) \quad (\text{동생의 나이})$$

[설명] 이상의 실례를 가지고 응용문제를 풀 때 수량들 사이의 관계를 서로 다른 각도에서 따져봄으로써 분석능력을 높일수 있으며 한 문제를 여러가지 방법으로 푸는 능력도 키울수 있을것입니다. 여러가지 방법으로 문제를 풀어 검산할 수도 있습니다.

실례 4. 지금 아버지의 나이는 49살이고 딸의 나이는 23살입니다. 아버지나이가 딸의 나이의 3배로 되였던 해가 몇년전이였습니까?

따져보기

주어진 조건으로부터 지금의 아버지나이와 딸의 나이와의 차는 49－23=26(살)입니다. 이 《차》와 《배수》만 알면 《차와 배수》에 관한 문제의 풀이법을 써서 그때의 아버지나이와 딸의 나이를 구할수 있습니다. 다음 지금의 딸의 나이에서 그때의 딸의 나이를 덜면 몇년전(현재의 아버지나이에서 그때의 아버지나이를 덜어도 됩니다.)에 아버지의 나이가 딸의 나이의 3배로 되였는가를 알수 있습니다.

풀기 (1) 아버지와 딸의 나이차는 얼마입니까?

$$49-23=26(\text{살})$$

(2) 아버지나이가 딸의 나이의 3배일 때 아버지의 나이는 딸의 나이의 몇배였겠습니까?

$$3-1=2(\text{배})$$

(3) 아버지나이가 딸의 나이의 3배일 때 딸의 나이는 얼마였겠습니까?

$$26\div 2=13(\text{살})$$

(4) 아버지나이가 딸의 나이의 3배일 때가 몇년전입니까?

$$23-13=10(\text{년})$$

종합하면

$$23-(49-23)\div(3-1)=10(\text{년})$$

또는 $$49-(49-23)\div(3-1)\times3=10(\text{년})$$

(검산) $23-10=13$(살) $49-10=39$(살)

$$39\div13=3(\text{배})$$

검산결과가 주어진 조건을 만족시키므로 풀이는 정확합니다.

답 10년전에 아버지나이가 딸의 나이의 3배였습니다.

나이문제를 푸는데서 중요한것

(1) 두 사람의 나이차는 변하지 않습니다. 그러므로 《차는 변하지 않는다.》는것이 풀이의 기본열쇠로 됩니다.

(2) 《차가 변하지 않는다.》는 이 기본열쇠를 알고있는 기초우에서 문제의 수량관계에 의하여 《합과 차》, 《차와 배수》관계 또는 그밖의 풀이법을 써야 합니다.

실례 5. 어떤 집에 아들 두명, 딸 두명이 살고있습니다. 큰 아들의 나이는 20살, 작은 아들의 나이는 18살, 큰 딸의 나이는 12살, 막내딸의 나이는 8살입니다. 몇년후에 큰아들과 작은 아들의 나이합의 2배와 큰 딸과 막내딸나이합의 3배가 같아지게 되겠습니까?

따져보기

먼저 지금의 큰 아들과 작은 아들나이합의 2배가 큰 딸과 막내딸나이합의 3배보다 얼마 더 많은가를 계산하여야 합니다. 다음으로 해마다 큰 딸과 막내딸나이의 합의 3배가 큰 아들과 작은아들나이의 합의 2배보다 몇살씩 더 많아지는가를 계산하여야 합니다. 마지막에 몇년 후에 큰아들과 작은아들나이의 합의 2배가 큰딸과 막내딸나이합의 3배와 같아지겠는가를 계산합니다.

풀기 (1) 큰아들과 작은아들나이의 합은 얼마입니까?

$$20+18=38(\text{살})$$

(2) 큰딸과 막내딸나이의 합은 얼마입니까?

$$12+8=20(\text{살})$$

(3) 큰아들과 작은아들나이의 2배가 큰딸과 막내딸나이

합의 3배보다 몇살 더 많겠습니까?

$$38\times2-20\times3=76-60=16(\text{살})$$

(4) 해마다 나이합의 3배가 큰아들과 작은아들나이합의 2배보다 몇살씩 더 많아지겠습니까?

$$(1+1)\times3-(1+1)\times2=6-4=2(\text{살})$$

(5) 몇년후에 큰아들과 작은아들나이합의 2배가 큰딸과 막내딸나이합의 3배와 같아지겠습니까?

$$16\div2=8(\text{년})$$

종합하면

$$[(20+18)\times2-(12+8)\times3]\div[(1+1)\times3-(1+1)\times2]$$
$$=(38\times2-20\times3)\div(2\times3-2\times2)$$
$$=(76-60)\div(6-4)=16\div2=8(\text{년})$$

(검산) $(20+8)+(18+8)=28+26=54(\text{살})$

$(12+8)+(8+8)=20+16=36(\text{살})$

$54\times2=108,\ 36\times3=108(\text{살})$

검산결과가 문제의 조건을 만족시키므로 풀기가 정확합니다.

답 8년만에 큰아들과 작은아들나이합의 2배가 큰딸과 막내딸나이합의 3배와 같아지게 됩니다.

련습 12

1. 올해 윤철이의 나이는 16살이고 어머니의 나이는 46살입니다. 윤철이가 몇살일 때 어머니나이가 윤철이나이의 4배로 되겠습니까?

2. 지금 은철이나이는 16살이고 할머니의 나이는 80살입니다. 할머니나이가 몇살일 때 은철이나이의 9배로 되겠습니까?

3. 올해 윤미나이는 16살이고 아버지의 나이는 47살입니다. 몇년후에 아버지의 나이가 윤미나이의 2배로 되겠습니까?

4. 윤철이의 올해나이는 16살이고 그의 누나의 나이는 21살입니다. 누나와 윤철이의 나이합이 65살일 때 두 사람은 각각 몇살이 되겠습니까?

5. 지금 순희의 나이는 16살이고 할아버지의 나이는 81살입니다. 몇해전에 할아버지나이가 순희나이의 6배로 되였겠습니까?

6. 금철이는 사과를 60알 땄고 리철이는 사과를 12알 땄습니다. 다시 금철이와 리철이는 모두 같은 량의 사과를 땄다면 금철이가 딴 사과알수는 리철이가 딴 사과알수의 4배로 됩니다. 다시 딴 사과는 몇알입니까?

7. 누나와 동생의 나이를 비교합시다. 누나는 동생에게 다음과 같이 말하였습니다. 《내가 올해의 네 나이일 때 너는 5살이였다.》 동생은 누나에게 다음과 같이 말하였습니다. 《내가 올해의 누나나이에 이르면 누나는 17살이 됩니다.》 이 말을 새겨보면서 누나와 동생의 올해나이를 구하십시오.

8. 뻐스는 한시간에 45km씩 달리고 승용차는 한시간에 60km씩 달립니다. 뻐스가 떠난 때로부터 2시간이 지난 다음 승용차는 뻐스가 떠난 지점으로부터 15km앞에 있는 지점에서 떠나서 뻐스를 따라 잡았습니다. 승용차가 뻐스를 따라잡는데 얼마만한 시간이 걸리겠습니까?

9. 윤철이와 리철이의 나이는 모두 10살입니다. 윤철이 어머니의 5년전나이는 그때의 윤철이나이의 7배였습니다. 윤철이의 어머니나이는 리철의 어머니나이와 같습니다. 5년후 리철의 어머니나이가 리철의 나이의 몇배로 되겠습니까?

10. 올해 아버지와 아들의 나이합은 76살이며 아버지는 아들보다 30살이 더 많습니다. 몇년후이면 아버지의 나이가 아들나이의 2배로 되겠습니까?

답 및 풀기방향

1. 윤철이나이가 $(46-16)\div(4-1)=10$(살)일 때 어머니나이의 4배로 됩니다.

2. 할머니나이가 $(80-16)\div(9-1)\times9=72$(살)일 때 은철이나이의 9배로 됩니다.

3. $(47-16)\div(2-1)-16=15$(년) 후에 아버지나이는 윤미

나이의 2배로 됩니다.

4. 풀기 1: 윤철이의 나이는 $[65-(21-16)]\div2=30$(살)이고
누나의 나이는 $30+(21-16)=35$(살)입니다.

풀기 2: $[65+(21-16)]\div2=35$(살) (누나)
$35-(21-16)=30$(살) (윤철)

풀기 3: $[65-(21+16)]\div2+16=30$(살) (윤철)
$65-30=35$(살) (누나)

풀기 4: $(65-16-21)\div2+21=35$(살) (누나)
$65-35=30$(살) (윤철)

5. 풀기 1: 할아버지나이가 순희나이의 6배로 된 해는 $16-(81-16)\div(6-1)=3$(년)전이였습니다.

풀기 2: $81-(81-16)\div(6-1)\times6=3$(년전)

6. 두 사람이 모두 같은 량의 사과를 땄고 두 사람이 딴 사과알수의 차는 변하지 않으므로 우에서 배운 실례 3의 방법을 쓸수 있습니다.

$$(60-12)\div(4-1)-12=4(\text{개})$$

7. 동생의 나이는 $5+(17-5)\div3=5+4=9$(살)이고
누나의 나이는 $9+(17-5)\div3=9+4=13$(살)입니다.

8. 승용차가 뻐스를 따라잡는데

$$(45\times2-15)\div(60-45)=75\div15=5(\text{시간})$$

걸렸습니다.

9. 5년후 리철의 어머니나이는 리철이나이의
$[(10-5)\times7+5\times2]\div(10+5)=(5\times7+5\times2)\div15=45\div15=3$(배)
로 됩니다.

10. 풀기 1: $30\div(2-1)-(76-30)\div2=7$(년) 후 아버지의 나이는 아들나이의 2배로 됩니다.

풀기 2: $30\div(2-1)\times2-(76+30)\div2=7$(년)

제13절. 묘한 수자방진도의 재간

일정한 모양을 가지는 도형안의 빈칸에 일정한 규칙에 따라 수들을 써넣어 만든 도형을 수자방진도(수진도)라고 부릅니다.

실례를 들면 세 수 1, 3, 5를 각각 그림 13－1의 매 칸에 한개씩 써넣어 가로줄의 세 수의 합과 세로줄의 세 수의 합이 같아지게 합시다. 이때 매개 수를 3번씩 반복하여 쓸수 있습니다.

그림 13－2는 우의 조건을 만족시키는 한개의 방진도입니다. 그림에서 가로줄에 있는 세 수의 합과 세로 줄에 있는 세 수의 합은 모두 9와 같습니다.

그림 13－1

3	1	5
5	3	1
1	5	3

그림 13－2

실례 1. 1부터 9까지의 9개수를 그림 13－3의 매칸에 써넣어 가로줄, 세로줄, 대각선의 세 수의 합이 모두 15가 되게 하십시오.

매 수는 한번밖에 쓰지 못합니다.

그림 13－3

따져보기

9개 수 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9의 하나하나의 수들의 특성에 의하여 1+9=2+8= 3+7=4+6=10이 된다는것을 알수 있습니다. 이때 수 5는 중간수입니다.

만일 5를 중심에 있는 빈칸에 쓴다면 나머지 8개 칸에는 우와 아래, 왼쪽과 오른쪽 및 대각선방향에 따라 네 쌍의 수를 쓰면 됩니다. 즉 1과 9, 2와 8, 3과 7, 4와 6을 쌍으로 지어쓰면 됩니다.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

그림 13－4

풀기 우의 따져보기에 의하여 그림 13－4가 얻어집니다.

그림 13－4의 수들을 오른쪽(또는 왼쪽)으로 회전시키거나 적당히 조절하면 또 7개의 풀이가 얻어집니다.

그림 13－4와 그림 13－5의 8개 풀이 가운데서 임의의 한개풀이를 기본풀이라고 부르며 나머지 7개의 풀이를 기본풀이와 같은 풀이 또는 동일풀이라고 합니다. 앞으로 이런 문제를 풀 때 기본풀이만 구하면 됩니다.

수자방진도의 형태는 여러가지 입니다. 이제 닫긴형수자방진도의 풀이법을 봅시다.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

4	9	2
3	5	7
8	1	6

4	8	8
9	5	1
2	7	6

6	1	8
7	5	3
2	9	4

6	7	2
1	5	9
8	3	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

8	3	4
1	5	9
6	7	2

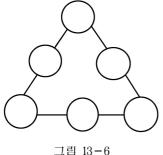
그림 13－5

실례 2. 1부터 6까지의 6개의 자연수를 그림 13－6의 6개의 매 동그라미안에 써넣어 3각형의 매 변우에 있는 3개의 동그라미안의 수들의 합이 모두 같아지게 하십시오.

그림 13－6

따져보기

이 6개의 동그라미안에 써넣을 수들가운데서 어느것이 기본고리수로 되겠습니까? 3각형의 세개의 정점우에 있는 수는 합을 구하는 과정에 두번씩 쓰이게 되므로 이 세 수만 결정하면 되는데 매 변우의 세 수의 합이 얼마인가를 알기만 하면 문제가 쉽게 풀립니다.

3각형의 세 변우의 세 수의 합을 구할 때 3각형의 세 정점에 있는 수는 두번씩 계산되므로 3각형의 세 변우에서 9개 수의 합을 구하는것으로 됩니다. 이 합은 3각형의 한 변우에 있는 세 수합의 3배입니다. 이 합을 3으로 나누면 한개 변우에 있는 3개의 합이 얻어집니다.

6개의 수들가운데서 세 수를 세 정점에 써넣을 때 여러가지로 써넣을수 있습니다.

$$1+2+3+4+5+6=21$$

이므로 다음의 몇가지 경우로 갈라볼수 있습니다.

(1) 만일 정점우의 세 수로써 최소값 1, 2, 3을 취한다면 이때

$$21+(1+2+3)=27,\ 27\div3=9$$

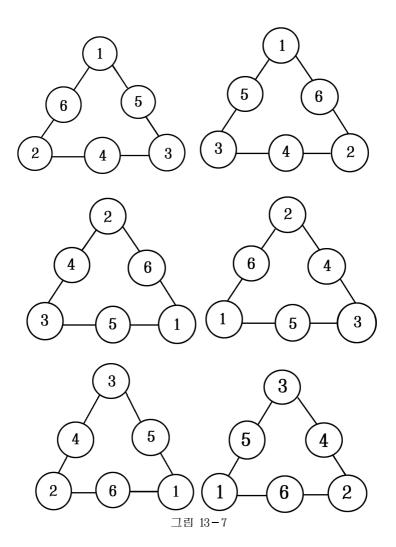
가 됩니다. 이것은 세 변우의 세 수의 합의 최소값이 9여야 한다는것을 말해줍니다. 1, 2, 3을 각각 3각형의 세 정점우의 동그라미안에 쓰면 6가지 풀이를 얻을수 있습니다.

그림 13−7에 이 6개의 풀이를 주었는데 첫째 풀이(그림 13−7(1))를 기본풀이라고 부릅니다. 나머지 5개 풀이를 기본풀이와 동등한 풀이라고 부릅니다.

(2) 만일 정점우의 세 수로서 최대값 4, 5, 6을 취하면

$$21+(4+5+6)=36,\ 36\div3=12$$

이 됩니다. 이것은 3각형의 매 변우의 세 수의 합의 최대값은 12라는것을 말해줍니다.

그림 13－7

4, 5, 6을 각각 3각형의 세 정점우의 동그라미안에 써넣으면 그림 13－8과 같은 6개의 풀이가 얻어집니다. 그림 13－8(1)을 두번째 기본풀이라고 부릅니다.

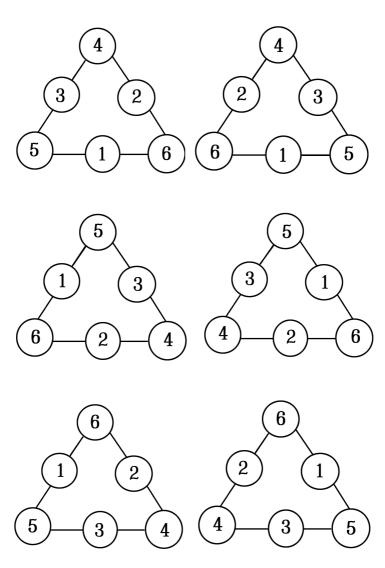



그림 13-8

(3) 3각형의 매 변우의 세 수의 합의 최소값과 최대값이 각각 9와 12이므로 3각형의 매 변우의 세 수의 합이 10 또는 11일수도 있습니다.

3각형의 매 변우의 세 수의 합이 각각 10, 11일 때 계산하면 3각형의 세 정점우의 세 수가 각각 1, 3, 5와 2, 4, 6이라는것을 알 수 있습니다. 이렇게 하여 또 3개의 기본풀이가 얻어집니다.

따라서 이 문제에는 4개의 기본풀이가 있습니다. 매개 기본풀이로부터 또 5개의 풀이가 얻어지므로 이 문제에는 모두 24개의 풀이가 있습니다. 이와 같은 문제를 풀 때 기본풀이만 구하면 됩니다.

풀기 4개의 기본풀이를 구하면 그림 13−9의 (1), (2), (3), (4)입니다.

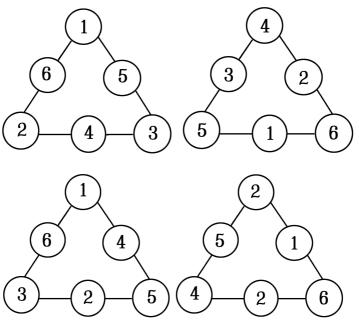



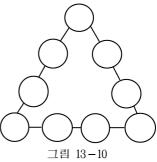
그림 13−9

실례 2의 수자방진도에서 매 변은 서로 련결되여있습니다. 이와 같은 수자방진도를 닫긴형수자방진도라고 부릅니다. 또 실례 2의 수자방진도에는 3개의 변이 있고 매 변우에 3개의 수를 써넣을수 있습니다. 그러므로 이것을 닫긴형 3−3도라고 부릅니다. 이밖에 3−4도, 4−3도, 4−4도, 5−3도 등의 닫긴형수자방진도가 있습니다.

실례 3. 1~9까지의 9개 수를 그림 13−10의 9개 동그라미안에 써넣어 3각형의 매 변우에 있는 4개의 동그라미안의 수합이 모두 17이 되게 하십시오.

그림 13−10

따져보기

이 문제에서는 3각형의 매 변우에 있는 4개의 동그라미안의 수의 합이 17로 주어졌으므로 이 문제를 푸는 기본열쇠는 3각형의 세 정점우의 수를 결정하는것입니다. 이 문제를 실례 2에서 쓴 방법을 리용하여 자체로 풀어보십시오. 여기서는 다른 한가지 방법을 소개합니다.

3각형의 매 변우에 있는 네 수의 합이 모두 17이므로 3각형의 세 변우에 있는 수들을 더한 합은 17×3=51입니다.

$$1+2+3+\cdots+8+9=45$$

$$51-45=6$$

입니다. 이 수 6은 3각형의 세 정점우에 있는 매 수를 계산할 때 두번씩 계산됩니다.

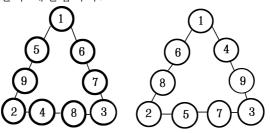



그림 13−11

그러므로 3각형의 세 정점안에 써넣어야 할 수를 더한 합도 반드시 6이여야 합니다.

$$6=1+2+3$$

이므로 3각형의 세 정점에 써넣어야 할 수는 1, 2, 3이여야 하고 나머지 6개 수를 둘씩 한조로 만들어 적당히 묶으면 나머지 동그라미안에 써넣어야 할 수가 얻어집니다.

4와 8, 6과 7, 5와 9, 또는 5와 7, 6과 8, 4와 9를 조로하여 만듭니다. 그러면 두개의 기본풀이가 얻어지는데 그림 13－11과 같습니다.

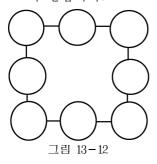



그림 13－12

실례 4. 2~9까지의 8개 수를 그림 13－12의 바른4각형의 매 동그라미안에 써넣어 바른4각형의 매 변우의 세 동그라미안의 수의 합이 모두 15가 되게 하십시오.

따져보기

이 문제는 실례 3과 비슷하므로 풀이의 기본열쇠는 바른4각형의 네 정점에 쓸 수를 결정하는것입니다.

바른4각형의 매 변우에 있는 세 수의 합이 모두 15여야 하므로 바른4각형의 네 변우의 수를 더한 합은 15×4=60이 됩니다.

$$2+3+\cdots+8+9=44$$

이고 60－44=16이므로 네 정점에 써넣어야 할 수의 합은 16이여야 합니다. 2~9까지의 수들가운데 네 수의 합이 16이 되게 하려면 다음과 같은 두가지 방법을 선택할수 있습니다. 즉 2, 3, 5, 6과 2, 3, 4, 7입니다. 계산해보면 2, 3, 5, 6인 경우는 문제의 조건을 만족시키지 않으며 2, 3, 4, 7인 경우에만 문제의

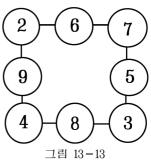



그림 13－13

조건을 만족시킨다는것을 알수 있습니다.

풀기 이 문제에는 한개의 풀이만 있습니다.

답은 그림 13－13과 같습니다.

실례 5. 1~8까지의 8개 수를 그림 13－14의 8개 동그라미안에 써넣어 원둘레우에 있는 5개의 동그라미안의 수합이 모두 22가 되게 하십시오.

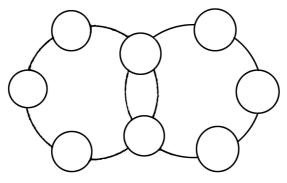



그림 13－14

따져보기

이 문제를 푸는 기본열쇠는 서로 사귀는 두개의 동그라미안의 수를 결정하는것입니다.

매개 원둘레우의 5개 동그라미안의 수의 합이 22로 되여야 하므로 두 원둘레우의 수를 더한 합은 22×2=44가 됩니다.

$$1+2+3+\cdots+7+8=36$$

이고 44－36=8입니다.

그러므로 두 원둘레가 서로 사귀는 2개의 동그라미안에 써넣어야 할 수를 더한 합은 8이 되여야 합니다.

$$8=1+7$$
$$8=2+6$$
$$8=3+5$$

이므로 합이 8인 두 수를 2개의 원둘레가 사귀는 곳에 있는 2개의 동그라미안에 써넣은 다음 나머지수를 해당한 동그라미안에 써넣으면 됩니다. 이때 세개의 기본풀이가 얻어집니다.

풀기 세개의 기본풀이를 그림 13—15에 주었습니다.

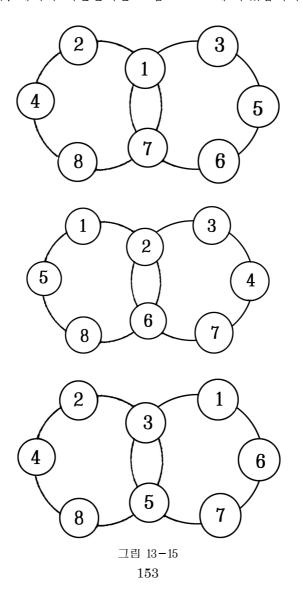



그림 13—15

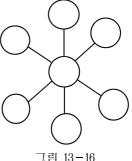
[설명] 우의 실례들을 통하여 수자방진도가 매우 흥미있는 문제라는것을 알수 있을것입니다. 그리고 문제를 푸는데서 제마음대로 수를 넣었다가 안되면 다른 수를 넣는 식으로가 아니라 풀이의 기본열쇠를 찾아야 한다는것을 알수 있습니다. 닫긴형수자방진도인 경우 기본열쇠는 공통점(정점, 사귐점)의 수를 결정하는것입니다. 다음 매 변우에 있는 수들의 합을 구하고 계산을 통하여 풀이를 결정합니다.

이제 복사형수자방진도의 풀이를 구해봅시다.

실례 6. 1~7까지의 7개 수를 그림 13−16의 매 동그라미안에 써넣어 매 선분우에 있는 3개의 동그라미안의수의 합이 모두 같아지게 하십시오.

그림 13−16

따져보기

이 문제를 푸는데서 기본열쇠는 중심에 있는 동그라미안의 수를 결정하는것입니다. 먼저 매 선분우에 있는 세개의 동그라미안의 수의 합을 구해야 합니다.

매개 선분우에 있는 세 수의 합을 계산할 때 중심동그라미안의 수가 세번 계산되므로 세 선분우에서 모두 9개수의 합을 구해야 합니다. 이것은 1~7까지의 7개수의 합에 중심에 있는 동그라미안의 수의 2배를 더해야 한다는것을 말합니다. 이 합도 역시 한개의 선분우에 있는 세 수의 합의 3배로 됩니다. 그러므로 이 합을 3으로 나누면 한개 선분우에 있는 세 수의 합으로 됩니다.

$$1+2+3+4+5+6+7=28$$

이고 중심동그라미안에 여러가지 수를 써넣을수 있으므로 몇가지 경우로 갈라서 살펴보아야 합니다.

（1）중심에 있는 동그라미안의 수를 1로 취하는 경우

$$28+1\times2=30$$

$$30\div3=10$$

이 됩니다. 이것은 한개의 선분우에 있는 세 수의 합이 10이 되여야 한다는것을 말해줍니다. 1을 중심에 있는 동그라미안에 써넣고 나머지 6개의 수를 두조로 갈라 그것들의 합이 9가 되게 하면

$$2+7=3+6=4+5=9$$

가 얻어집니다. 매 조의 두 수를 각각 매 선분우에 있는 두개의 동그라미안에 써넣으면 한개의 기본풀이가 얻어집니다. 그림 13－17(1)에 한개의 기본풀이를 주었습니다.

（2）중심에 있는 동그라미안의 수를 4로 취하는 경우

$$28+4\times2=36$$

$$36\div3=12$$

이므로 (1)의 경우와 같은 방법으로 구하면 그림 13－17(2)와 같은 기본풀이가 얻어집니다.

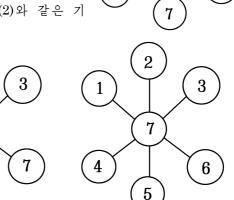



그림 13－17

(3) 중심에 있는 동그라미안의 수를 7로 취하는 경우

$$28+7\times2=424$$
$$42\div3=14$$

이므로 그림 13－17(3)과 같은 기본풀이가 얻어집니다.

풀기 세개의 기본풀이를 그림 13－17에 보여주었습니다.

그림 13－17의 세개의 기본풀이를 중심을 제외한 나머지 수들을 회전 또는 적당히 조절하면 다른 형태의 풀이가 얻어집니다. 그러나 기본풀이만 구하면 그와 동등한 풀이를 구할수 있으므로 기본풀이만 구하면 됩니다.

[설명] 실례 6의 수자방진도의 특성은 한개의 중심으로부터 출발하여 바깥쪽으로 빗선으로 련결되여있습니다. 이와 같은 수자방진도를 《복사형수자방진도》라고 부릅니다. 이 복사형수자방진도는 바깥쪽으로 세개의 빗선이 나가고 매 빗선우에 3개의 동그라미가 있으므로 이것을 복사형 3－3도라고 부릅니다. 이밖에도 복사형 3－4도, 복사형 4－3도, 복사형 5－3도 등이 있습니다.

실례 6의 풀이과정을 통하여 복사형수자방진도를 푸는 기본열쇠는 중심수를 결정하는것이라는 것을 알수 있습니다. 중심수가 결정되면 매 선분우의 몇개 수의 합을 구한 다음 계산을 거쳐 풀이를 결정합니다.

그림 13－18

실례 7. 1~9까지의 9개의 수를 그림 13－18의 9개의 동그라미안에 써넣어 선분우에 있는 세개의 동그라미안의 수의 합이 모두 15가 되게 하십시오.

따져보기

이 문제에서의 요구는 매개 선분우에 있는 3개의 동그라미안의 수의 합이 모두 15가 되여야 하므로 이 문제를 푸는 기본열쇠는 중심에 있는 동그라미안에 써넣을 수를 결정하는것입니다.

선분우의 3개의 동그라미안의 수의 합이 모두 15이고 중심에 있는 동그라미안의 수는 4번 반복되여 계산되므로 4개의 선분우의 12개 수의 합은 $15\times4=60$입니다. 이 60은 1~9의 9개 수의 합에 중심에 있는 동그라미안의 수의 3배를 더한것입니다.

$$1+2+3+\cdots+9=45$$

$$60-45=15,\ 15\div3=5$$

이므로 중심에 있는 동그라미안에 써넣어야 할 수는 5이고 나머지 8개 수들가운데서 두 수씩 묶어서 그 합이 10이 되게 합니다. 그러면

$$1+9=10,\ 2+8=10,\ 3+7=10,\ 4+6=10$$

이 됩니다.

매 선분의 해당한 동그라미안에 우의 수들을 써넣으면 한개의 기본풀이가 얻어집니다.

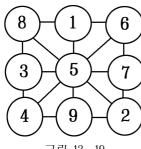



그림 13－19

풀기 이 문제는 한개의 기본풀이를 가집니다. 그림 13－19에 그 풀이를 주었습니다.

만일 그림 13－19를 회전시키거나 적당히 조절한 다음 우와 아래, 왼쪽과 오른쪽을 선분으로 련결하면 그림 13－20과 같이 됩니다.

2
9
4
7
5
3
6
1
8
2
7
6
9
5
1
4
3
8
4
9
2
3
5
7
8
1
6
4
3
8
9
5
1
2
7
6
6
7
2
1
5
9
8
3
4
6
7
8
9
5
3
2
9
4
8
3
4
1
5
9
6
7
2
그림 13-20

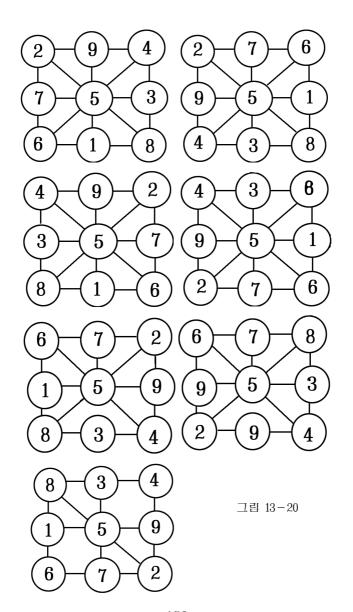
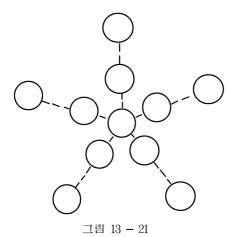
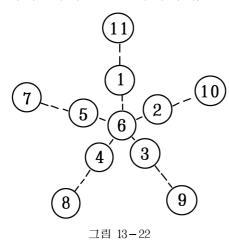



그림 13 - 21

실례 8. 1~11까지의 11개 수를 그림 13－21의 동그라미안에 써넣어 점선으로 표시한 선분우에 있는 3개 동그라미안의 수의 합이 모두 18이 되게 하십시오.

따져보기

이것은 5각별도형입니다. 이 문제에서의 기본열쇠는 5각별의 중심에 있는 동그라미안의 수를 결정하는것입니다.

매개 점선우의 3개의 동그라미안의 수의 합은 모두 18이고 중심에 있는 동그라미안의 수가 5번 반복되여 계산되므로 5개의 점선우에 있는 15개 수의 합은 18×5 =90이 됩니다. 90은 1~11의 11개 수의 합에 중심에 있는 동그라미안의 수의 4배를 더한 합과 같습니다.

$$1+2+3+\cdots+10+11=66$$

$$90-66=24$$

$$24\div4=6$$

이므로 중심에 있는 동그라미안에 6을 써야 합니다. 그리고 나머지수들을 해당한 동그라미안에 써넣으면 그림 13－22와 같은 풀이가 얻어

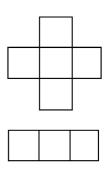
그림 13－22

집니다.

실례 9. 1~8까지의 8개의 수를 그림 13−23의 네모안에 써넣어 가로줄, 세로줄에 있는 3개의 네모안의 수합이 같아지게 하십시오.

그림 13−23

따져보기

이 문제를 푸는 기본열쇠는 가로줄, 세로줄에 있는 서로 이웃한 3개의 네모안의 수합 및 《+》의 중심에 있는 네모안의 수를 결정하는것입니다.

이 문제의 요구는 가로줄, 세로줄에 있는 3개의 네모안의 수합이 같아야 한다는것입니다. 계산할 때 《+》자의 중심에 있는 네모안의 수가 두번 반복 계산되므로 세 줄(두개의 가로줄, 한개의 세로줄)우에 있는 9개의 수의 합은 1~8까지의 8개 수의 합에 《+》자의 중심에 있는 수의 1배를 더한 합과 같아집니다. 이 합은 한 줄우에 있는 서로 이웃한 3개의 네모안의 수합의 3배입니다.

$$1+2+3+\cdots+7+8=36$$

이고 36은 3으로 완제되고 36에 《+》자의 중심에 있는 네모안의 수를 더한 합도 반드시 3으로 완제되여야 하므로 중심에 있는 네모안의 수는 3 또는 6만을 취할수 있습니다.

(1) 중심에 있는 네모안의 수를 3으로 취하면

$$36+3\times1=39,\ 39\div3=13$$

이 됩니다. 이것은 한줄우에 있는 서로 이웃한 3개의 네모안의 수의 합이 13이 되여야 한다는것을 보여줍니다. 3을 중심에 있는 네모안에 쓰고 나머지 수들가운데서

$$2+8=4+6=10,\ 1+5+7=13$$

이 된다는것을 고려하면 풀이를 쉽게 찾을수 있습니다. 그림 13−24(1)이 한개의 기본풀이로 됩니다.

(2) 중심에 있는 네모안의 수를 6으로 취하면

$$36+6\times1=42,\ 42\div3=14$$

이므로 (1)의 경우와 같은 방법을 쓰면 그림 13−24(2)가 얻어집니다. 이것도 역시 하나의 기본풀이입니다.

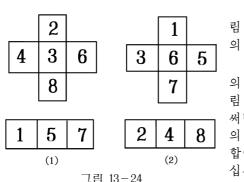



그림 13−24

풀기 이 문제는 그림 13−24와 같은 두개의 풀이가 있습니다.

실례 10. 1~7까지의 7개의 수를 각각 그림 13−25의 네모안에 써넣어 가로, 세로의 3개의 작은 네모안의 수의 합이 모두 11이 되게 하십시오.

따져보기

이 문제를 푸는 기본열쇠는 두개의 세로줄과 한개의 가로줄이 사귀는 두 네모안의 수를 결정하는것입니다. 이 두 네모안의 수자를 문자 a, b라고 하면 그림 13−25(2)와 같이 됩니다.

가로와 세로에 놓인 3개의 네모안의 수합이 모두 11이고 문자 a, b는 각각 두번씩 반복계산되므로 9개 수의 합은 11×3=33이 됩니다. 이 33은 1~7까지의 7개 수의 합에 다시 a와 b를 더한것입니다.

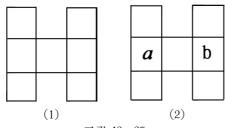



그림 13−25

$$1+2+3+\cdots+6+7=28$$

이고

$$28+a+b=33$$

이므로

$$a+b=5$$

가 됩니다.

이제 두가지 경우로 갈라서 계산합시다.

(1) a=1, b=4일 때 나머지수들을 네모안에 써넣으면 그림 13－26(1)에 맞는 풀이가 얻어집니다.

(2) a=2, b=3일 때 그림 13－26(2)에 맞는 풀이가 얻어집니다.

그림 13－26

풀기 그림 13－26에 표시한 두개의 답이 얻어집니다.

[설명] 이밖에 보다 복잡하고 기묘한 수자방진도가 있습니다. 이에 대해서는 앞으로 더 나아가서 보기로 합시다.

련습 13

1. 1부터 시작되는 잇닿은 9개의 홀수를 각각 그림 13－27에 있는 9개의 네모안에 써넣어 가로줄, 세로줄, 대각선우의 세 수의 합이 모두 같게 되게 하는 한개의 기본풀이를 구하십시오.

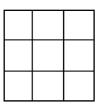



그림 13－27

2. 1~9까지의 9개의 수를 매 그림 13－28에 있는 9개의 동그라미안에 써넣어 3각형의 매 변우에 있는 4개의 동그라미안의 수합이 모두

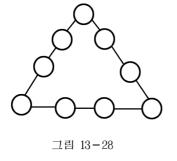
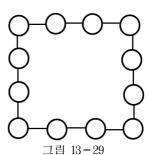



그림 13－28

그림 13－29

23이 되게 하십시오.

3. 1~12까지의 12개의 수를 그림 13-29에 있는 12개의 동그라미안에 써넣어 매 변우의 4개의 동그라미안의 수합이 모두 24로 되게 하는 한개의 기본풀이를 구하십시오.

4. 1~10까지의 10개의 수를 그림 13-30에 있는 5각형의 5개의 변우에 있는 10개의 동그라미안에 써넣어 5각형의 변우의 3개의 동그라미안의 수합이 모두 19가 되게 하는 한개의 기본풀이를 구하십시오.

5. 1~8까지의 8개의 수를 그림 13-31의 세 원둘레에 있는 8개의 동그라미안에 써넣어 매 원둘레에 있는 4개의 동그라미안의 수합이 모두 18이 되게 하는 두개의 기본풀이를 구하십시오.

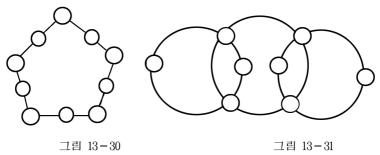
그림 13-30　　　　그림 13-31

6. 1~10까지의 10개의 수자를 그림 13-32에 있는 10개의 동그라미안에 써넣어 매 선분우에 있는 4개의 동그라미안의 수합이 19 또는 25가 되게 하십시오.

그림 13-32　　　　그림 13-33

7. 1~7까지의 7개의 수를 그림 13-33의 동그라미안에 써넣어 선분의 두 끝에 있는 수를 더한것이 중심에 있는 수의 2배로 되게 하십시오.

8. 1~5까지의 5개의 수를 그림 13－34의 네모안에 써넣어 가로줄과 세로줄에 있는 3개 수의 합이 같게 하십시오. 몇가지 방법이 있습니까?

9. 1~9까지의 9개의 수를 그림 13－35의 네모안에 써넣어 서로 이웃한 3개 또는 5개의 네모안의 수합이 16이 되게 하십시오.

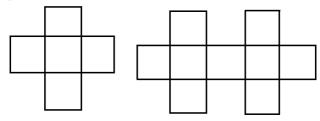
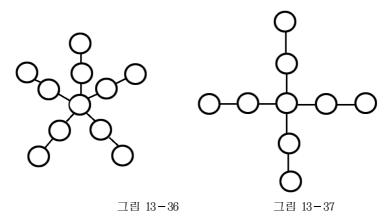



그림 13－34　　　　그림 13－35

10. 1~11까지의 11개의 수를 그림 13－36의 동그라미안에 써넣어 매 선분우에 있는 3개의 동그라미안의 수합이 14가 되게 하십시오.

11. 1~9까지의 9개의 수를 그림 13－37의 동그라미안에 써넣어 매 선분우에 있는 3개의 동그라미안의 수합이 18이 되게 하십시오.

그림 13－36　　　　그림 13－37

답 및 풀기방향

1. 그림 13—38을 보십시오. 2. 그림 13—39를 보십시오.

15	1	11
5	9	13
7	17	3

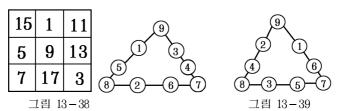
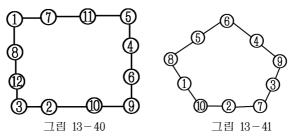
그림 13－38　　그림 13－39

3. 그림 13—40을 보십시오. 4. 그림 13—41을 보십시오.

그림 13－40　　그림 13－41

5. 그림 13—42를 보십시오.

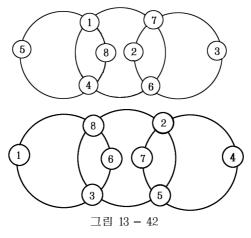



그림 13 － 42

6. 그림 13−43을 보십시오. 7. 그림 13−44를 보십시오.

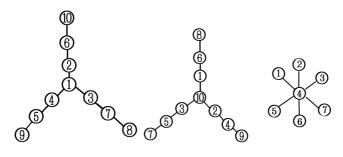



그림 13−43

그림 13−44

8. 다음과 같은 세가지 방법이 있습니다(그림 13−45).

	3	
2	1	5
	4	

	2	
1	3	5
	4	

	1	
2	5	3
	4	

그림 13 − 45

9. 그림 13−46을 보십시오. 10. 그림 13−47을 보십시오.

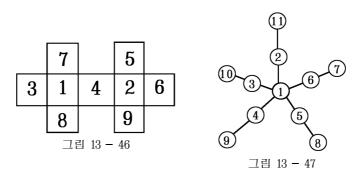



그림 13 − 46

그림 13 − 47

11. 그림 13－48을 보십시오.

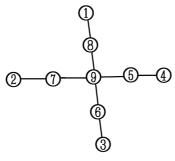
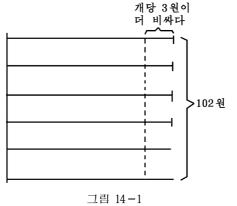



그림 13 － 48

제14절. 그림풀이법을 리용한 응용문제의 풀기

응용문제를 풀 때 먼저 문제의 조건과 구하려는 량을 그림으로 표시한 다음 그 그림을 리용하여 풀이방법을 생각합니다. 이와 같이 그림을 리용하여 응용문제를 푸는 방법을 그림풀이법이라고 부릅니다.

그림 14－1

앞에서 합과 배수에 관한 문제와 차와 배수에 관한 문제를 풀 때 그림을 리용하였습니다. 이와 같은 그림밖에 다른 모양의 그림을 그려서 문제의 조건과 구하려는 량을 표시하면 풀이의 실마리를 쉽게 찾을수 있

습니다. 이제 몇개의 실례를 생각하여 봅시다.

실례 1. 4개의 축구공과 2개의 배구공을 사는데 모두 102원이 들었습니다. 축구공 한개의 값은 배구공 한개의 값보다 3원이 더 비쌉니다. 축구공 한개와 배구공 한개의 값은 각각 얼마입니까?

따져보기

이 문제를 두개의 선분을 리용하여 문제의 조건과 구하려는 량을 표시한다면 문제풀이의 실마리를 찾기 어려울것입니다. 문제의 수량관계를 보다 정확히 표시하기 위하여 2개의 배구공을 꼭 같은 선분으로 표시합니다. 축구공 한개의 값이 배구공 한개의 값보다 3원이 더 비싸므로 4개의 축구공의 길이는 2개의 배구공의 길이보다 깁니다. 그리고 차이나는 값을 점선으로 갈라 표시하였습니다. 이렇게 하면 수량관계를 따져보는데 편리합니다(그림 14−1).

(1) 그림 14−1에서 다음과 같은것을 알수 있습니다. 102원에서 3원짜리 4개의 값을 덜어내면 배구공 6개의 값이 얻어집니다. 이로부터 배구공 한개의 값을 알수 있습니다. 다음 한개의 배구공값에 3원을 더하면 축구공 한개의 값을 알수 있습니다.

풀기 1: $(102-3\times4)\div(4+2)=15$(원) (배구공 한개의 값)

$15+3=18$(원) (축구공 한개의 값)

(2) 그림 14−1로부터 또 다음과 같은 사실을 알수 있습니다. 총 금액 102원에 3원짜리 2개의 값을 더하면 6개의 축구공값이 얻어집니다. 따라서 축구공 한개의 값을 알수 있습니다. 축구공값에서 3원을 덜면 배구공 한개의 값도 구할수 있습니다.

풀기 2: $(102+3\times2)\div(4+2)=18$(원) (축구공 한개의 값)

$18-3=15$ (원) (배구공 한개의 값)

(검산) $18\times4+15\times2=102$(원)

$18-15=3$(원)

답 축구공 한개의 값은 18원이고 배구공 한개의 값은 15원입니다.

[설명] 응용문제를 풀기 위하여 따져볼 때 풀이의 실마리를 빨리 찾기 위하여 문제의 조건에 따라 1개, 2개, 3개 또는 더 많은 선분을 그릴수 있습니다. 지어는 어떤 그림도 그릴수 있습니다. 문제의 조건에 의하여 어떻게 하면 수량사이의 관계를 더 잘 표시할수 있는가에 따라 결정됩니다.

실례 2. 길이가 240cm이고 너비가 120cm인 삼합판이 있습니다. 목공아저씨는 긴 변을 따라 가운데점 가까이에서 한변의 길이가 50cm인 바른4각형모양의 쪼각을 잘라내였습니다. 나머지 부분의 둘레길이는 얼마이겠습니까?

따져보기

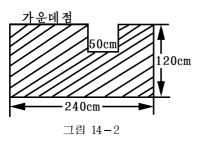



그림 14－2

이 문제를 풀 때 직4각형이나 바른4각형의 둘레길이를 구하는 공식을 직접 쓸수 없습니다. 또 선분도를 그려서 관찰할수도 없습니다. 가장 좋은 방법은 뜻풀이그림을 그려서 살펴보는것입니다.

그림 14－2에서 빗선을 친 부분의 둘레길이를 구합시다.

(1) 본래의 직4각형모양의 삼합판의 둘레길이에서 잘라낸 바른4각형의 한변의 길이를 덜고 잘라낸 바른4각형의 한변의 길이의 3배를 더해주면 나머지부분의 둘레길이가 얻어집니다.

풀기 1: $(240+120)\times2-50+50\times3=820(\text{cm})$

(2) 바른4각형의 네 변의 길이는 모두 같으므로 그에 대응하는 본래의 직4각형모양의 둘레길이에 잘라낸 바른4각형의 한변의 길이의 2배를 더하면 구하려는 부분의 둘레길이가 얻어집니다.

풀기 2: $(240+120)\times2+50\times2=820(\text{cm})$

(검산) 우에서 지적한 두가지 방법밖에 또 다른 방법이 있습니다. 따라서 다른 방법을 써서 검산을 합시다.

$$120\times2+240+(240-50)+50\times3=820(\text{cm})$$

답 나머지 부분의 둘레길이는 820cm입니다.

실례 3. 북쪽마을과 남쪽마을은 각각 북남방향의 자동차길의 량끝에 있고 동쪽마을과 서쪽마을은 각각 동서방향의 자동차길의 두 끝에 있습니다. 영철이는 서쪽마을에서 출발하여 동쪽마을로 가는데 1분동안에 80m씩 갑니다. 서쪽마을로부터 사귐점까지의 거리는 1200m입니다. 영남이는 남쪽마을에서 출발하여 북쪽마을로 가는데 1분동안에 100m씩 갑니다. 영철이와 영남이가 동시에 출발하였는데 영철이는 영남이보다 1분 먼저 사귐점에 도착하였습니다. 출발하여 18분이 지났을 때 영남이가 사귐점으로부터 몇 m를 더 갔겠습니까?

따져보기

따져볼 때 동, 서, 남, 북의 네 마을의 방향과 영철이와 영남이의 출발점과 그들이 가는 방향을 명백히 밝혀야 합니다. 이것을 그림으로 표시하면 그림 14－3과 같습니다.

(1) 그림 14－3에서 볼수 있는바와 같이 《출발한 때로부터 18분이 지났을 때 영남이가 사귐점으로부터 몇m를 더 갔겠습니까?》 이것을 구하려면 18분이 지난 다음 영남이가 있는 위치(영남이가 18분동안에 간 거리)와 남쪽마을에서 사귐점까지의 거리를 알아야 합니다. 《서쪽마을과 사귐점까지의 거리가 1200m이고 영철이는 1분동안에 80m씩 간다.》는 조건에 의하여 영철이가 서쪽마을로부터 사귐점까지 가는데 걸리는 시간을 구할수 있습니다. 또 《영철이가 영남이보다 1분 먼저 사귐점에 도착한다.》는데 의하여 영남이가 남쪽마을로부터 사귐점까지 가는데 걸리는 시간과 거리를 계산할수 있습니다.

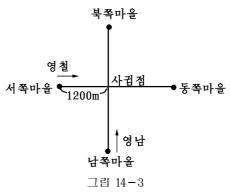



그림 14－3

풀기 1: $100\times18-100\times(1200\div80+1)=200$(m)

(2) 《서쪽마을로부터 사귐점까지 1200m이고》, 《영철

이는 1분동안에 80m를 간다》는 조건에 의하여 영철이가 서쪽마을로부터 사귐점까지 가는데 걸리는 시간을 구할수 있습니다. 다시 《영철이가 영남이보다 1분 먼저 사귐점에 도착한다》는 조건에 의하여 영남이가 남쪽마을로부터 사귐점까지 가는데 걸리는 시간을 구할수 있습니다. 따라서 영남이가 사귐점으로부터 몇m 더 갔겠는가를 계산할수 있습니다.

풀기 2: $100\times[18-(1200\div80+1)]=200$(m)

실례 4. 어떤 학급의 학생은 모두 42명인데 모두 신문과 잡지를 샀습니다. 신문을 산 학생은 38명이고 잡지를 산 학생은 24명입니다. 신문과 잡지를 다 같이 산 학생은 몇명입니까?

따져보기

그림 14－4에서 세로줄은 신문을 산 학생수를 표시하고 가로줄은 잡지를 산 학생수를 표시합니다. 두개의 동그라미는 학급 학생전체를 표시하며 두 동그라미가 사귀여 만드는 공통부분은 신문과 잡지 두가지를 다 산 학생수를 표시합니다.

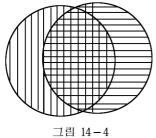



그림 14－4

(1) 그림 14－4에서 볼수 있는바와 같이 만일 학급전체의 인원수에서 신문을 산 학생수를 덜면 신문을 사지 않은 학생수가 얻어집니다. 만일 학급전체의 학생수에서 잡지를 산 학생수를 덜면 잡지를 사지 않은 학생수가 얻어집니다. 학급전체의 학생수에서 신문을 사지 않은 학생수와 잡지를 사지 않은 학생수의 합을 덜면 신문과 잡지 두가지를 다 산 학생수가 얻어집니다.

풀기 1: $42-[(42-38)+(42-24)]=20$(명)

(2) 그림 14－2에서 볼수 있는바와 같이 가로줄과 세로줄이 겹친 부분은 신문과 잡지 두가지를 다 산 학생수를 표시합니다. 가로줄과 세로줄을 표시한 인원수를 더하면 신문과 잡지 두가지를 다 산 인원수가 두번 계산됩니다. 그러므로 서로 더한 합에서 학급전체인원수를 덜면 두가지를 다 산

인원수가 얻어집니다.

풀기 2: 38+24－42=20(명)

답 신문과 잡지 두가지를 다 산 학생은 20명입니다.

우에서 지적한 두가지 방법외에 다른 방법이 없겠는가를 생각해보십시오. 다음의 두가지 방법이 옳습니까? 옳으면 그 리유를 설명하십시오.

(1) 24－(42－38)=24－4=20(명)

(2) 38－(42－24)=38－18=20(명)

실례 5. 할아버지의 나이가 올해 72살입니다. 할아버지는 손자나이보다 7배 더 많습니다. 할아버지의 나이가 손자의 나이보다 3배 더 많을 때 할아버지와 손자의 나이는 각각 몇살이겠습니까?

따져보기

수량들사이의 관계를 정확하면서도 쉽게 생각할수 있도록 그림을 그립시다(그림 14－5).

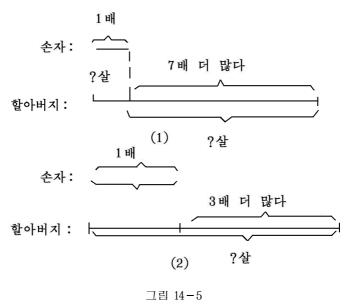



그림 14－5

(주어진 조건) 《할아버지의 올해 나이는 72살이고 손자나이보다 7배 더 많다.》(그림 14－5(1))로부터 할아버지의 올해 나이는 손자나이의 8배라는것을 알수 있습니다. 따라서 손자의 올해 나이와 할아버지가 손자나이보다 몇살 더 많은가를 알수 있습니다.

할아버지의 나이가 손자보다 몇살이 더 많은가와 주어진 조건 《할아버지의 나이는 손자의 나이보다 3배 더 많다.》(그림 14－5(2))로부터 그때의 손자나이를 알수 있습니다. 따라서 할아버지의 나이가 손자나이보다 3배 더 많을 때의 할아버지의 나이도 구할수 있습니다.

풀기 (1) 올해의 손자나이는 몇살입니까?

$$72 \div (7+1) = 72 \div 8 = 9(\text{살})$$

(2) 할아버지의 나이는 손자의 나이보다 몇살 더 많겠습니까?

$$72 - 9 = 63(\text{살})$$

(3) 할아버지의 나이가 손자의 나이보다 3배 더 많을 때 손자의 나이는 몇살입니까?

$$63 \div 3 = 21(\text{살})$$

(4) 할아버지의 나이가 손자의 나이보다 3배 더 많을 때 할아버지의 나이는 몇살입니까?

$$21 \times (3+1) = 84(\text{살})$$

종합하면

$$[72 - 72 \div (7+1)] \div 3 = [72 - 72 \div 8] \div 3 =$$
$$= (72 - 9) \div 3 = 63 \div 3 = 21(\text{살})$$
$$21 \times (3+1) = 21 \times 4 = 84(\text{살})$$

답 할아버지의 나이가 손자의 나이보다 3배 더 많을 때 손자의 나이는 21살이고 할아버지의 나이는 84살이다.

그림풀이법을 써서 문제를 풀 때 먼저 문제의 뜻을 잘 리해하여야 합니다. 다음으로 어떤 그림을 그려야 하겠는가를 결심해야 하고 정확히 그림을 그린 기초우에서 수량관계를 따져보아야 합니다. 마지막에 식을 세워 계산한 다음 계산결과를 검산하여야 합니다.

련습 14

1. 길이가 꼭 같은 두 토막의 천이 있는데 첫번째 토막에서 32m를 잘라내고 두번째 토막에서 20m를 잘라냈습니다. 이때 남아있는 두번째 토막의 천길이는 첫번째 토막천길이의 3배였습니다. 본래 있은 두 토막의 천은 각각 몇m입니까?

2. 식료품상점에 흰사탕가루는 누런사탕가루보다 200kg 더 많았습니다. 누런사탕가루를 50kg 팔았을 때 흰사탕가루는 남아있는 누런사탕가루의 절반만큼 더 많았습니다. 본래 있은 흰사탕가루와 누런사탕가루는 각각 몇 kg이였습니까?

3. 96원을 가지고 꼭 같은 저고리 3벌과 바지 4벌을 샀습니다. 저고리 3벌의 값은 바지 3벌의 값보다 33원 더 비쌉니다. 저고리와 바지 한벌의 값은 각각 얼마입니까?

4. 직4각형모양의 유리 한장이 있습니다. 긴변에서 20cm의 너비로 유리를 잘라내였을 때 나머지 유리는 바른4각형이 되였습니다. 그 둘레길이는 160cm입니다. 본래 유리의 둘레길이는 얼마였습니까?

5. 학교체육경기에 참가한 어떤 학급의 학생들가운데에서 26명의 학생은 달리기경기에 참가하였고 30명의 학생은 수류탄던지기경기에 참가하였습니다. 이 두 경기에 다 참가한 학생은 12명이고 이 두 경기에 다 참가하지 않은 학생은 4명입니다. 이 학급의 학생은 모두 몇명입니까?

6. A, B 두 사람이 있습니다. A는 남북으로 뻗은 길의 남쪽으로부터 북쪽으로 걸어가며 B는 동서로 뻗은 길우의 서쪽에서부터 동쪽으로 걸어갑니다. A가 출발하는 지점은 두 길의 사귐점으로부터 남쪽으로 1120m되는 곳에 있고 B는 사귐점에서 출발합니다. 두 사람이 동시에 걷기 시작하여 4분이 지난 다음 A, B 두 사람이 있는 위치로부터 사귐점까지의 거리는 같아졌습니다(이때 A는 사귐점의 남쪽에 있습니다). 다시 52분이 지난 다음 두 사람이 있는 위치로부터 사귐점까지의

거리가 또 같아졌습니다(이때 A는 사귐점의 북쪽에 있습니다). A, B 두 사람은 각각 1분동안에 몇 m씩 갔겠습니까?

7. 과일상점에 귤과 사과가 있습니다. 귤은 사과보다 325kg 더 많습니다. 귤의 절반량을 팔았을 때 귤은 사과보다 75kg 적어졌습니다. 이 과일상점에 귤과 사과가 각각 몇 kg씩 있었습니까?

8. 어떤 학급에 수학소조에 든 학생들이 몇명 있습니다. 그 소조에 다니는 한 남학생은 《나를 내놓으면 남학생과 녀학생수가 꼭 같습니다.》, 또 한 녀학생은 《나를 내놓으면 남학생수는 녀학생수의 2배입니다.》라고 말하였습니다. 이 소조의 남학생과 녀학생은 각각 몇명입니까?

답 및 풀기방향

1. (32－20)÷(3－1)+32=38(m) (그림 14－6)
또는 (32－20)÷(3－1)×3+20=38(m)

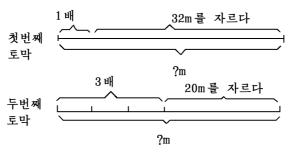



그림 14－6

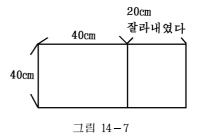
2. (200+50)×2+50=550(kg) (누런사탕가루)
550+200=750(kg) (흰사탕가루)

3. (96－33)÷(3+4)=9(원) (바지)
9+33÷3=20(원) (저고리) 또는 (96－4×9)÷3=20(원)

4. 직4각형모양의 유리에서 짧은 한 변의 길이는 $160\div40=40$(cm)이고 긴변의 길이는 $40+20=60$(cm)이므로 둘레의 길이는 $(60+40)\times2=200$(cm)입니다(그림 14－7).

그림 14－7

5. $26+30-12+4=48$(명)

$(26-12)+(30-12)+12+4$
$=48$(명)

6. A, B 두 사람이 1분동안 걸어가는 속도차는

$1120\div(4+52)=20$(m/min)입니다(여기서 min은 분입니다).

$(1120\div4+20)\div2=150$(m)　(A의 속도)

$(1120\div4-20)\div2=130$(m)　(B의 속도)

7. $(325+75)\times2=800$(kg)　(귤)

$800-325=475$(kg)　(사과)

8. 녀학생은 $(1+1)\div(2-1)+1=3$(명)이고 남학생은 $3+1=4$(명)입니다.

제15절. 따라잡기문제

따라잡기문제를 다른 이름으로 같은 방향운동문제라고도 합니다. 이것은 거리문제들에서 본보기응용문제입니다.

실례 1. 두대의 자동차가 협동농장에 비료를 운반합니다. 첫번째 자동차는 한시간에 30km의 속도로 창고로부터 협동농장에 운반하며 두번째 자동차는 12분 늦게 떠나서 한시간에 40km의 속도로 창고에서 협동농장까지 운반합니다. 결과 두 자동차는 동시에 협동농장에 도착하였습니다. 창고로부터 협동농장까지의 거리는 얼마입니까?

따져보기

그림을 그려보면 생각하기 쉽습니다.

이 문제는 따라잡기본보기문제입니다. 이 문제를 두가지 방법으로 풀수 있습니다. 첫번째 방법은 첫번째 자동차의 속도에 첫번째 자동차가 협동농장까지 가는데 걸리는 시간을 곱해서 거리를 구하는것입니다. 두번째 방법은 두번째 자동차의 속도에 두번째 자동차가 협동농장까지 가는데 걸리는 시간을 곱하는것입니다. 여기서 두번째 방법이 첫번째 방법보다 더 간단합니다. 두번째 자동차가 가는데 걸린 시간이 첫번째 자동차를 따라 잡는데 걸리는 시간입니다. 따라서 창고로부터 협동농장까지의 거리는 두번째 자동차가 첫번째 자동차를 따라잡기 위하여 달린 거리로 됩니다.

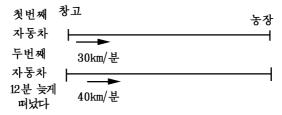



그림 15-1

풀기 12분=0.2시간

30×0.2=6(km)

6÷(40−30)=6÷10=0.6(시간)

40×0.6=24(km)

또는 30×(0.2+0.6)=30×0.8=24(km)

답 창고로부터 협동농장까지의 거리는 24km입니다.

[설명] 따라잡기문제의 기본관계식은 다음과 같습니다.

거리차÷속도차=따라잡는 시간

실례 2. 오전 8시에 한대의 화물렬차가 한시간에 48km의 속도로 A역으로부터 B역을 향하여 달립니다. 오전 10시에 또 한대의 려객렬차가 한시간에 70km의 속도로 A역으로부터 B역을 향하여 달립니다. 안전하게 운행하기 위하여 렬차들사

이 거리는 8km보다 작지 말아야 합니다. 화물렬차가 (가장 늦어서) 역에 몇시에 멎어있을 때 려객렬차가 통과하겠습니까?

따져보기

화물렬차가 가장 늦어서 어느 시간에 멎어있어야 하겠는가를 구하려면 려객렬차가 출발한 때로부터 화물렬차와의 거리가 8km되게 하는 지점까지 가는데 걸리는 시간을 먼저 알아야 합니다.

《화물렬차는 8시에 출발하고 려객렬차는 10시에 출발한다.》는 조건으로부터 화물렬차가 떠나서 2시간후에 려객렬차가 떠난다는것을 알수 있습니다. 즉 려객렬차가 출발할 때 화물렬차는 이미 (48×2=)96km 달렸습니다. 화물렬차와 려객렬차사이의 거리가 적어도 8km일 때 멎어있어야 합니다. 려객렬차가 출발한 때로부터 화물렬차가 서있는 역에 도달할 때까지의 시간동안에 려객렬차는 화물렬차보다 (96−8=)88km(거리차)를 더 달려야 합니다. 려객렬차는 한시간동안에 화물렬차보다 (70−48=)22km(속도차)를 더 달리므로 려객렬차는 화물렬차보다 88km를 더 달리는데 걸리는 시간이 려객렬차와 화물렬차사이의 거리가 8km되게 하는데 걸리는 시간으로 됩니다. 따라서 화물렬차가 멎어있을 시간을 구할수 있습니다.

풀기 (48×2−8)÷(70−48)=88÷22=4(시간)

10+4=14

답 화물렬차는 늦어서 14시(오후 2시)에 멎어있어야 합니다.

실례 3. A, B 두 자동차가 동시에 같은 지점에서 출발하여 같은 목적지를 향하여 달립니다. A는 한시간에 40km씩 달리고 B는 한시간에 35km씩 달립니다. A는 도중에서 3시간 멎어있었습니다. 결과 A는 B보다 1시간 늦게 목적지에 도착하였습니다. 두 지점사이의 거리는 몇 km입니까?

따져보기

문제의 조건에 의하여 두 지점사이의 거리를 구하려면 A 또는 B가 달린 시간을 알아야 합니다.

《도중에 A가 3시간동안 멎어있고 결과 A는 B보다 한 시간 늦게 도착하였다.》라는 조건에 의하여 이 구간에서 A는 B보다 2시간 적게 걸렸다는것을 알수 있습니다. 이렇게 되여 B는 A보다 2시간 더 달렸고 그 결과 두 차가 동시에 목적지에 도착하였다는것을 알수 있습니다. 즉 A가 출발할 때 B는 이미 (35×2=)70km를 갔고 한시간동안에 A는 B보다 (40－35=)5km씩 더 달리게 됩니다. 이렇게 하면 A가 달린 시간이 얻어집니다. A가 몇시간을 달리면 B보다 70km를 더 달리겠는가를 구할수 있습니다.

풀기 A가 달린 시간은

$$35\times2\div(40-35)=70\div5=14(\text{시간})$$

$$40\times14=560(\text{km})$$

또는 $35\times(14+2)=560(\text{km})$입니다.

답 두 지점사이의 거리는 560km입니다.

실례 4. 급행렬차와 일반렬차가 동시에 같은 방향으로 달립니다. 12초 지난후 급행렬차가 일반렬차를 앞섰습니다. 급행렬차는 1초동안에 18m씩 달리고 일반렬차는 1초동안에 10m씩 달립니다. 만일 두 렬차의 마지막 차칸이 같은 위치에 있을 때부터 9초후에 급행렬차가 일반차를 지나갔다면 두 렬차의 길이는 각각 얼마이겠습니까?

따져보기

그림으로 표시하면 그림 15－2와 같습니다.

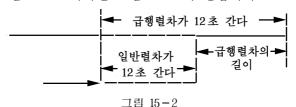



그림 15－2

그림 15－2로부터 알수 있는바와 같이 차앞칸이 가지런히 꼭 같은 위치에 있고 동시에 같은 방향으로 가며 급행렬

차가 일반렬차를 지나갈 때 급행렬차가 일반렬차보다 더 달린 거리는 급행렬차의 차길이입니다. 1초동안에 급행렬차는 일반렬차보다 (18－10=)8m만큼씩 더 갑니다. 12초사이에 몇 m를 더 갔는가를 구하는것이 곧 급행렬차의 차길이입니다.

기차의 마지막 차칸이 가지런히 꼭 같은 위치에 있다가 동시에 같은 방향으로 나가면서 일반렬차를 지날 때 급행렬차가 일반렬차보다 더 달린 거리가 곧 일반렬차의 길이로 됩니다(그림 15－3).

그림 15－3

급행렬차가 1초동안에 일반차보다 8m씩 더 달릴 때 9초동안에 달린 거리가 곧 일반렬차의 길이로 됩니다.

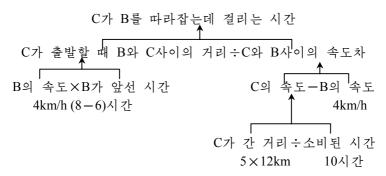
풀기 $(18-10)\times12=8\times12=96(m)$

$(18-10)\times9=8\times9=72(m)$

답 급행렬차의 길이는 96m이고 일반렬차의 길이는 72m입니다.

실례 5. A, B, C 세 학생이 걸어서 야영소에 갑니다. A, B 두 학생은 아침 6시에 함께 학교에서 출발하였습니다. A는 1시간동안에 5km씩 가고 B는 1시간동안에 4km씩 갑니다. C는 오전 8시에 학교에서 출발하였습니다. 오후 6시에 A, C는 함께 야영소에 도착하였습니다. C가 어느때 B를 따라잡았겠습니까?

따져보기

이 문제는 매우 복잡한것 같지만 사실은 거리, 속도 및 시간의 세 량들사이의 관계를 잘 알면 쉽게 풀수 있습니다.

풀기 학교와 야영소까지의 거리

$$5\times12=60(km)$$

C의 속도　$60\div10=6(km/h)$

C가 B를 따라잡는데 걸리는 시간

$$4\times(8-6)\div(6-4)=4\times2\div2=4(시간)$$

C가 어느때 B를 따라잡겠습니까?

$$8+4=12$$

답. C는 정각 12시에 B를 따라잡았습니다.

실례 6. A, B, C 세 사람은 1분동안에 각각 40m, 45m, 50m의 속도로 갑니다. A, B는 동쪽도시에서, C는 서쪽도시에서 동시에 출발하여 마주 향하여 걸어갑니다. C는 B가 출발한 때로부터 10분 지나서 A를 다시 만났습니다. 두 도시사이의 거리는 몇 km이겠습니까?

따져보기

이 문제는 비교적 복잡한 거리문제입니다.

그림으로 표시하면 그림 15－4와 같습니다.

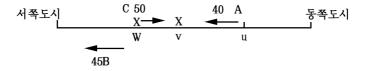



그림 15－4

그림으로부터 B, C는 W지점에서 서로 만난다는것을 알 수 있습니다. 이때 A는 U지점에 있고 10분후에 A, C는 V지점에서 만납니다. B가 W지점에 있을 때 A는 U지점에 있고 UW사이의 거리는 A, C가 10분동안에 간 거리입니다. 즉 $(40+50)\times10=900$(m)입니다. B, C가 서로 만났을 때 A는 C보다 900m 적게 갔습니다. B와 A의 속도차는 1분동안에 $(45-40=)5$m입니다. 이렇게 A와 C사이의 거리는 900m입니다. 이때 걸리는 시간을 구할수 있습니다. 이것이 바로 B, C가 만난 시간입니다. 이 시간을 알면 B, C의 속도, 동쪽도시와 서쪽도시사이의 거리도 쉽게 구할수 있습니다.

풀기 A, C의 속도의 합

$$40+50=90(\text{m/min})$$

10분동안에 A, C가 간 거리

$$90\times10=900(\text{m})$$

B와 A의 속도의 차

$$45-40=5(\text{m/min})$$

B와 C가 만나는데 걸린 시간

$$900\div5=180(\text{min})$$

동쪽도시와 서쪽도시사이의 거리

$$(50+45)\times180=95\times180=17100(\text{m})=17.1(\text{km})$$

답 동쪽도시와 서쪽도시사이의 거리는 17.1km입니다.

련습 15

1. A, B 두 지점사이의 거리는 486km입니다. 일반렬차는 A지점에서 출발하여 1시간동안에 52km의 속도로 달립니다. 동시에 급행렬차는 B지점에서 출발하여 1시간동안에 70km의 속도로 달립니다. 두 렬차가 같은 방향으로 달리는데 일반렬차는 급행렬차의 앞에 있습니다. 급행렬차가 일반렬차를 따라잡으려면 몇시간이 걸리겠습니까?

2. 학생들이 학교에서 20km 떨어져있는 식물원에 야외실습을 하기 위하여 두개의 조로 나누어 출발합니다. 제1조

는 1시간동안에 4km의 속도로 걸어가고 제2조는 1시간동안에 12km의 속도로 자전거를 타고갑니다. 제1조가 출발한 때로부터 2시간후에 제2조가 출발합니다. 제2조의 학생들이 식물원으로부터 몇km 떨어져있는 지점에서 제1조의 학생들을 따라잡을수 있겠습니까?

3. 두필의 말 A, B가 서로 50m 떨어진 지점에서 동시에 출발합니다. 출발할 때 A가 앞에 있고 B가 뒤에 있었습니다. 만일 A가 1초동안에 10m씩 달리고 B가 1초동안에 12m씩 달린다면 어느때 두 말사이의 거리가 70m로 되겠습니까?

4. 철길옆에 철길방향을 따라 자동차길이 있습니다. 한대의 자동차가 자동차길을 따라 1시간에 20km의 속도로 달리고있습니다. 이때 길이가 370m인 렬차가 뒤에서 달려옵니다. 렬차의 앞머리가 자동차의 적재함끝에 도착한 때로부터 자동차의 앞머리를 지나가는데 (렬차의 마지막 칸이 지나갈때까지) 37초 걸렸습니다. 렬차의 속도는 얼마입니까?

5. 경기장에 길이가 300m인 륙상주로가 있습니다. A, B 두명의 학생이 동시에 같은 지점에서 달리기 시작합니다. 만일 같은 방향으로 달린다면 2분 30초 지나서 서로 만나게 되고 만일 서로 반대방향으로 달린다면 30초 지나 서로 만납니다. A는 B보다 더 빠릅니다. 두 학생의 속도는 각각 얼마입니까?

6. A, B, C 세 사람이 있는데 A는 1분동안에 60m, B는 1분동안에 50m, C는 1분동안에 55m씩 갑니다. A, B는 (ㄱ)지점에서, C는 (ㄴ)지점에서 떠나 서로 마주 향해 갑니다. C는 A를 만난 때로부터 4분이 지나서 B를 만납니다. (ㄱ), (ㄴ) 두 지점사이의 거리는 얼마입니까?

답 및 풀기방향

1. 27시간 2. 8km 3. 출발후 60초 4. 1시간동안에 56km 달립니다.

5. A는 1초동안에 6m, B는 1초동안에 4m 달립니다. 6. 4830m

제16절. 만나기문제의 풀이법

거리문제에는 만나기문제, 따라잡기문제 등이 포함되는데 이런 문제는 령활하면서도 폭넓게 생각하여야 합니다. 하지만 모두 하나의 원리 즉

거리=속도×시간

에 의거하고있습니다.

거리문제를 계산할 때 이 수량들사이의 관계를 잘 써먹어야 합니다. 풀이과정에 그림을 그려 따져보거나 깊이 생각하면서 실지 동작해보면 풀이의 기본열쇠를 쉽게 찾을수 있습니다.

실례 1. 뻐스와 승용차가 동시에 마주 향해 달리고있는데 두 지점사이의 거리는 299km입니다. 뻐스는 1시간에 40km씩 달리고 승용차는 1시간에 52km씩 달립니다. 몇시간후이면 두 자동차사이의 거리가 69km가 되겠습니까?

따져보기

만나기문제에서 수량들사이의 기본관계식은

만나는 시간=거리÷속도의 합

입니다.

거리가 299km인 두 지점에서 두 자동차가 동시에 마주 향해 달리므로 거리는 점차 줄어듭니다. 서로 만나기전의 어느 한 순간에 두 자동차사이의 거리는 69km입니다. 이때 두 자동차가 달린 거리는 (299－69)=230km입니다.

두 자동차가 만난 다음 계속 달릴 때 두 자동차사이의 거리는 또 령으로부터 점차 커지며 어느 한 순간에 이르러 두 자동차사이의 거리가 다시 69km가 되며 이때 두 자동차가 달린 거리는 299+69km입니다.

$$(299-69)\div(40+52)=230\div92=2.5(\text{시간})$$

$$(299+69)\div(40+52)=368\div92=4(\text{시간})$$

답 두 자동차가 출발한 때로부터 2.5시간이 지났을 때 두 자동차사이의 거리는 69km가 되고 출발한 때로부터 4시간후에 다시 두 자동차사이의 거리가 69km가 됩니다.

실례 2. 리철이와 윤철이 두 학생이 오후 1시에 학교에서 떠나서 병원에 가는데 리철은 자전거를 타고 1분동안에 240m씩 가고 윤철이는 걸어서 1분동안에 80m씩 갑니다. 리철은 병원에 도착하여 20분이 지난 다음 되돌아서서 학교로 갑니다. 도중에서 윤철이를 만났을 때가 1시 50분이였습니다. 학교로부터 병원까지의 거리는 얼마이겠습니까?

따져보기

문제의 뜻을 리해하기 위하여 다음과 같이 실지 동작을 해보는것이 좋습니다. 고무지우개와 삼각자를 《학교》와 《병원》이라고 하고 책상우에 일정한 거리를 두고 놓습니다. 두대의 연필을 리철이와 윤철이라고 합시다. 그리고 책상우에서 두대의 연필을 움직입니다. 그림 15－1에서 실선으로 리철이와 윤철이가 만났을 때 윤철이가 간 거리를 표시하고 점선으로 리철이가 간 거리를 표시합니다. 이러한 실지 동작을 통하여 두 사람이 간 거리는 학교로부터 병원까지 거리의 2배라는것을 알수 있습니다. 학교로부터 병원까지의 거리를 알려면 리철이와 윤철이가 간 거리를 구한 다음 그것을 2로 나누면 됩니다.

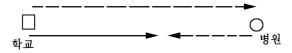



그림 16－1

풀기 1시부터 1시 50분사이에 윤철이는 50분동안 걸었고 리철이는 50－20=30분동안 갔습니다.

$$(240\times30+80\times50)\div2=(7200+4000)\div2=5600(\mathrm{m})$$

답 학교와 병원사이의 거리는 5600m입니다.

실례 3. 복선철길우에서 화물렬차와 려객렬차가 서로 마주 향해 달리고있습니다. 화물렬차의 길이는 280m이고 려객렬차의 길이는 385m입니다. 화물렬차 기관사가 려객렬차를 본 때로부터 려객렬차가 자기 화물렬차를 지나갈 때까지의 시간은 11초였습니다. 려객렬차의 기관사가 화물렬차를 본 때로부터 자기 려객렬차를 지나갈 때까지 몇초 걸리겠습니까?

따져보기

화물렬차가 려객렬차를 상대하여 운동한 속도는 두 렬차의 속도합이고 꼭같이 려객렬차가 화물렬차를 상대하여 운동한 속도도 두 렬차의 속도합입니다.

화물렬차기관사가 려객렬차를 보면서 지나가는 시간은 화물렬차 기관사가 두 렬차의 속도합을 속도로 하고 서있는 려객렬차의 머리(기관차)로부터 꼬리까지를 지나가는 시간에 해당합니다. 꼭같이 려객렬차기관사가 화물렬차를 보면서 지나가는 시간은 려객렬차 기관사가 두 렬차의 속도합을 속도로 하고 서있는 화물렬차의 앞머리부(기관차의)로부터 꼬리까지를 지나가는데 걸리는 시간에 해당합니다.

풀기 두 렬차의 속도합

385÷11=35 (m/s) (여기서 s는 초입니다.)

려객렬차기관사가 화물렬차를 보면서 지나가는 시간

280÷35=8 (s)

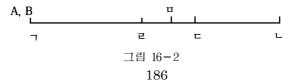
답 려객렬차기관사가 화물렬차를 지나가는데 걸리는 시간은 8초입니다.

실례 4. A, B 두대의 자동차는 1시간동안에 각각 52km, 40km의 속도로 달립니다. 이 자동차들은 동시에 (ㄱ)지점으로부터 출발하여 (ㄴ)지점까지 갑니다. 출발한 때로부터 6시간이 지났을 때 A자동차가 마주오는 승용차를 만났고 1시간후에 B자동차도 이 승용차를 만났습니다. 이 승용차의 속도를 구하십시오.

따져보기

문제의 조건에 따라서 그림 16－2를 그립니다.

A, B 두 자동차가 출발한 때로부터 6시간이 지나갔을 때 A자동차는 (ㄴ)지점에 도착하며 승용차와 만나게 됩니다. 이때 B자동차는 (ㄹ)지점에 이르게 됩니다. 주어진 조건으로부터 (ㄹ), (ㄷ)사이의 거리를 구할수 있습니다.

그림 16－2

다음 B자동차는 (ㄹ)지점에서 출발하여 (ㅁ)지점에서 만납니다. B자동차의 속도는 주어졌습니다. 이렇게 되면 승용차의 속도를 쉽게 구할수 있습니다.

풀기 A자동차가 승용차를 만났을 때 B자동차와의 거리

$$(52-40)\times 6=72(km/h)$$

B 자동차와 승용차의 속도합

$$72\div 1=72(km/h)$$

승용차의 속도

$$72-40=32(km/h)$$

답 승용차는 1시간동안에 32km갑니다.

실례 5. A, B의 두 자동차가 각각 서로 다른 속도로 (ㄱ), (ㄴ)의 두 지점에서 서로 마주 향해 달립니다. (ㄱ)지점에서부터 90km되는 지점에서 서로 만났고 서로 만난 다음 계속 본래의 속도로 달립니다. 각각 본래의 상대방의 역에 도착하면 곧 되돌아 달립니다. 도중에 또 (ㄴ)지점부터 70km 떨어진 지점에서 또 만납니다. 첫번째 만났을 때와 두번째 만났을 때의 시간 간격은 4시간이라는것을 압니다. A, B 두 자동차의 속도를 구하십시오.

따져보기

문제의 조건에 따라서 그림 16−3과 같이 그립니다.

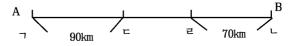



그림 16−3

첫번째로 만났을 때 두 자동차는 모두 (ㄱ), (ㄴ)사이를 달렸습니다. 여기서 A자동차는 (ㄱ)지점으로부터 (ㄷ)지점까지 90km를 달립니다. B자동차는 (ㄴ)지점으로부터 (ㄷ)지점까지 갑니다. 첫번째로 만났을 때로부터 두번째로 만날 때까지 A자동차는 (ㄷ)지점으로부터 (ㄴ)지점까지 가고 (ㄹ)지점에 돌아오며 B자동차는 (ㄷ)지점으로부터 (ㄱ)지점까지 가서 (ㄹ)지점에 돌아옵니다. 이때 두 자동차는 (ㄱ), (ㄴ)사이를 두번 간것으로 됩니다. 이때 걸린 시간은 4시간입니다. 두 자동차가 달린 거리합이 AB사이의 거리와 같을 때 걸린 시간은 4÷2=2시간입

니다. 이 시간이 바로 A, B의 두 자동차가 두 지점에서 동시에 출발하여 첫번째로 만날 때까지의 시간입니다. 그러므로 A자동차의 속도는 1시간에 90÷2=45km여야 합니다.

떠난 때로부터 두번째로 만났을 때 두 자동차는 (ㄱ), (ㄴ)사이를 3번 달립니다. 이때 A자동차는 90×3=270(km)를 달렸으며 A자동차가 달린 거리는 (ㄱ), (ㄴ)사이의 길이에 (ㄴ), (ㄹ)사이의 길이를 더한것과 같습니다. 그러므로 (ㄱ), (ㄴ)사이의 거리는 270－70=200km이며 따라서 (ㄴ), (ㄷ)사이의 거리를 구할수 있습니다. 이렇게 하여 B자동차의 속도를 곧 구할수 있습니다.

풀기 A자동차의 속도

$$90 \div (4 \div 2) = 45(\text{km/h})$$

B자동차의 속도

$$[(90 \times 3 - 70) - 90] \div (4 - 2) = (200 - 90) \div 2 = 110 \div 2 = 55(\text{km/h})$$

답 A, B 두 자동차의 속도는 각각 1시간동안에 45km와 55km씩입니다.

련습 16

1. A, B 두 사람이 거리가 18km인 두 지점에서 동시에 출발하여 마주 향하여 걷습니다. A는 한시간에 4km씩 가고 B는 한시간에 5km씩 갑니다. C사람이 모터찌클을 타고 A와 동시에 출발하여 같은 방향으로 한시간에 45km의 속도로 가다가 B를 만난 다음 다시 돌아서서 A쪽으로 갑니다. A를 만난 다음 다시 되돌아 B쪽으로 갑니다. 이런 식으로 A와 B의 두 사람이 만날 때까지 계속합니다. C가 모두 몇 km를 갔겠습니까?

2. 리철이와 윤철이가 동시에 두 지점에서 출발하여 마주 향하여 걸어갑니다. 리철이는 1분동안에 80m씩 가고 윤철은 1분동안에 75m씩 갑니다. 두 사람이 중간지점부터 10m 떨어진 곳에서 만났습니다. A, B의 두 지점사이의 거리는 얼마이겠습니까?

3. 우편차와 뻐스가 동시에 A지점에서 떠나서 B도시로 갑니다. 우편차는 한시간에 36km씩 달리고 뻐스는 한시간에 24km씩 달립니다. 우편차는 B지점에 도착한 다음 30분후에 다시 A지점을 향하여 떠납니다. 도중에서 뻐스와 만났습니다. 두 지점사이의 거리는 171km입니다. 우편차와 뻐스가 출발한 때로부터 서로 만날 때까지 몇시간이 걸렸겠습니까?

4. 한 렬차가 길이 360m인 차굴을 지나는데 24초 걸립니다. 이어서 길이가 216m인 두번째 차굴을 지나는데 16초 걸립니다. 만일 이 렬차가 길이가 96m이고 1초동안에 24m씩 달리는 다른 렬차와 어긴다면 몇분이 걸리겠습니까?

5. 호수가운데 두개의 섬 A, B가 있습니다. A에 영철이가 있고 B에 철호가 있습니다. 두 사람은 서로 두 섬을 오가면서 헤염을 칩니다. 영철이는 1분동안에 7m가고 철호는 1분동안에 10m갑니다. 두 사람이 두 섬에서 동시에 출발하여 만났을 때 A섬까지의 거리는 700m였습니다. 두 섬사이의 거리는 얼마입니까?

6. 리철이가 철길옆의 자동차길에서 걸어가고있습니다. 그의 걸음속도는 1초동안에 2m씩입니다. 이때 앞으로부터 기차가 달려오고있었는데 차머리로부터 차꼬리까지가 그의 곁을 지나는 시간은 18초였습니다. 기차의 길이는 342m입니다. 이 기차의 속도는 얼마입니까?

답 및 풀기방향

1. A, B 두 사람이 만날 때까지 걸리는 시간 $18\div(4+5)=2$(시간)

C가 간 거리 $45\times2=90$(km)

2. 서로 만나는 시간 $10\times2\div(80-75)=4$(분)

A, B의 두 지점사이의 거리 $(80+75)\times4=620$(m)

3. $(171\times2+36\div2)\div(36+24)=6$(시간)

4. 렬차속도 $(360-216)\div(24-16)=18$(m/s)

렬차길이 $18\times24-360=72$(m)

5. 1700m

6. 17m/s [참고] 리철이도 걷고있기때문에 렬차가 리철이를 지나는 상대속도는 리철의 걸음속도와 기차속도의 합입니다.

제17절. 거꿀추리법의 응용

어떤 응용문제를 풀 때 문제의 마지막결과로부터 시작하여 주어진 조건을 하나씩 거꾸로 거슬러 올라가면서 따져보면 문제가 잘 풀리는 경우가 있습니다. 이와 같이 생각하는 방법을 거꿀추리법이라고 부릅니다.

실례 1. 광진은 윤미에게 다음과 같이 물었습니다. 《네가 올해에 몇살이던가?》 윤미는 다음과 같이 대답하였습니다. 《내 나이에서 8을 덜고 7을 곱한 다음 거기에 6을 더하고 5로 나누면 4와 같아진다. 나의 나이를 계산해보라.》

따져보기

마지막 결과 《4》로부터 거꾸로 추리해 올라갑니다. 이 수를 5로 나누지 않았을 때 얼마이겠습니까? 6을 더하지 않았을 때 얼마이겠습니까? 7을 곱하지 않았을 때 얼마였겠습니까? 이렇게 차례로 거슬러나가면 윤미의 나이를 알아낼수 있습니다.

풀기 (1) 《5로 나누면 4이다.》로부터 만일 5로 나누지 않으면 이 수는

$$4\times5=20$$

(2) 《6을 더하면》 이 수는 20이므로 만일 6을 더하지 않았다면 이 수는

$$20-6=14$$

(3) 《7을 곱하면》 이 수는 14이므로 만일 7을 곱하지 않았다면 이 수는

$$14\div7=2$$

(4) 《나의 나이에서 8을 덜면》 이 수는 2이므로 8을 덜

지 않았다면 윤미의 나이는

$$2+8=10(살)$$

입니다. 이것을 종합하면

$$(4\times5-6)\div7+8=10(살)$$

(검산) 풀이가 정확하다는것을 알아보기 위하여 본래 문제의 조건을 따라가면서 식을 세워 계산한 다음 마지막 결과가 4와 같은가를 따져보면 됩니다.

$$[(10-8)\times7+6]\div5=4$$

답 윤미의 올해 나이는 10살입니다.

실례 2. 전기줄이 있습니다. 처음에 전체 길이의 절반과 3m를 더 썼고 두번째로 나머지의 절반보다 10m를 적게 썼으며 세번째로 15m를 썼습니다. 마지막에 7m 남았습니다. 본래 전기줄은 몇 m 있었습니까?

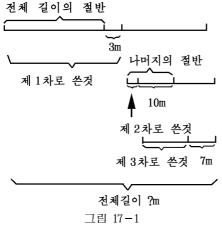



그림 17－1

따져보기

수량관계를 따져보는데 도움이 되게 하려면 그림 17－1과 같이 풀이그림을 그려 생각하면 편리합니다.

그림으로부터 다음과 같은것을 알수 있습니다.

(1) $7+15-10=12(m)$

이것은 처음에 쓴 다음 남아있는 부분의 절반입니다.

(2) $12\times2=24(m)$ 이것은 처음에 쓰고 남은 전기줄의 길이입니다.

(3) $24+3=27(m)$ 이것은 전체 길이의 절반입니다.

(4) $27\times2=54(m)$ 이것은 본래 있은 전기줄의 길이입니다.

풀기 $[(7+15-10)\times2+3]\times2=$
$=[12\times2+3]\times2=27\times2=54(m)$

(검산) 처음에 쓴것은

$$54 \div 2+3=30(m)$$

두번째로 쓴것은 $(54-30)\div 2-10=2(m)$

남은것은 $54-30-2-15=7(m)$.

답 본래 있은 전기줄은 54m입니다.

실례 3. 어떤 저탄장에 몇 t의 석탄이 있습니다. 처음에 본래 있던 석탄의 절반을 운반해갔고 두번째로 450t을 더 실어왔습니다. 세번째로 또 지금 있는 석탄량의 절반과 50t을 실어갔습니다. 남아있는 석탄의 2배가 1200t입니다. 저탄장에 본래 있은 석탄은 몇t이였습니까?

따져보기

이 문제에서 저탄장에 본래 있은 석탄의 총량을 알지 못하므로 주어진 조건의 순서에 따라 푼다는것은 쉽지 않습니다. 이제 그림 17－2에 따라 따져봅시다.

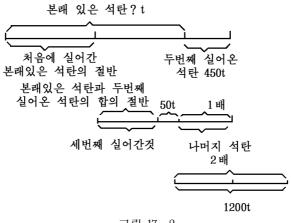



그림 17－2

《남아있는 석탄의 2배가 1200t》이라는 조건에 의하여 남아있는 석탄의 수량을 알수 있습니다.

《세번째 날라간 석탄은 현재 있는 석탄의 절반과 또 50t이 더 많다.》는데로부터 지금 있는 석탄의 절반이 몇t인가를 알수 있습니다. 따라서 지금 있는 석탄의 량에서 두번째 날라간 량 450t을 덜면 본래 있은 석탄의 절반이 얼마인

가를 구할수 있고 마지막에 본래있은 석탄의 량을 구할수 있습니다.

풀기 (1) 남아있는 석탄의 량

$$1200 \div 2 = 600(t)$$

(2) 본래 있은 석탄의 절반과 두번째로 실어온 석탄의 합의 절반

$$600 + 50 = 650(t)$$

(3) 세번째로 실어간 석탄과 나머지 석탄의 총량

$$650 \times 2 = 1300(t)$$

(4) 본래 있은 석탄의 절반

$$1300 - 450 = 850(t)$$

(5) 본래 있은 석탄의 량

$$850 \times 2 = 1700(t)$$

종합하면 다음과 같습니다.

$$[(1200 \div 2 + 50) \times 2 - 450] \times 2 = 1700(t)$$

(검산) 처음에 운반해간 석탄의 량

$$1700 \div 2 = 850(t)$$

두번째로 실어온 석탄과 남아있는 석탄의 합

$$1700 - 850 + 450 = 1300(t)$$

세번째로 실어간 석탄량

$$1300 \div 2 + 50 = 700(t)$$

남아있는 석탄량

$$1300 - 700 = 600(t)$$

남아있는 석탄의 2배

$$600 \times 2 = 1200(t)$$

검산결과는 문제의 조건을 만족시킨다는것을 알수 있습니다. 그러므로 풀이는 정확합니다.

답 저탄장에 본래 있은 석탄은 1700t입니다.

실례 4. 상자안에 몇알의 사과가 들어있습니다. A는 그중의 절반과 1알을 더 꺼냈고 B는 나머지의 절반과 또 1알을 더 꺼냈으며 C는 다시 나머지의 절반과 또 1알을 더 꺼냈습니다. 상자안에는 사과 1알이 남았습니다. 이 상자안에 있는 사과값은 모두 6원 60전입니다. 사과 한알의 값은 얼마입니까?

따져보기

그림 17－3과 같이 그림을 그려서 따져봅니다.

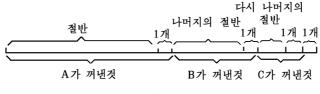



그림 17－3

이 그림으로부터 다음과 같은 사실을 알수 있습니다.

마지막에 남아있는 사과 한알에 C가 꺼낸 사과 한알을 더하면 나머지의 절반이 됩니다. 즉 두알은 다시 남아있는 알수의 절반입니다.

그러므로 다시 남아있는 알수는 (2×2=)4알입니다.

이 네알에 B가 꺼낸 사과 한알을 더하면 나머지 알수의 절반이 됩니다. 그러므로 A가 꺼낸 다음 남아있는 알수는 (5×2=)10알입니다.

이 10알에 A가 꺼낸 사과 한알을 더하면 본래 있은 사과의 절반이 됩니다. 그러므로 상자안에 본래 있은 사과는 (11×2=)22알입니다.

22알의 사과값이 6원 60전이므로 사과 한알의 값을 구할수 있습니다.

풀기 (1) 상자안에 있던 사과의 알수

$\{[(1+1)\times2+1]\times2+1\}\times2=[(2\times2+1)\times2+1]\times2$

$=(5\times2+1)\times2=11\times2=22$(알)

(2) 사과 한알의 값

6원 60전=660전 또는 6.6원

660전÷22=30(전) 또는 6.6×22=0.3(원)

(검산)

A가 꺼낸 사과알수 22÷2+1=12(알)

B가 꺼낸 사과알수 (22－12)÷2+1=6(알)

C가 꺼낸 사과알수 (22－12－6)÷2+1=3(알)

마지막에 남아있는 사과알수 22－(12+6+3)=1(알)

상자에 있는 사과 전체의 값 30×22=660전(=6원 60전)

검산결과는 주어진 조건이 만족된다는것을 보여줍니다. 그러므로 풀이는 정확합니다.

답 사과 한알의 값은 30전입니다.

[설명] 앞에서 본 실례를 통하여 알수 있는바와 같이 거꿀추리법도 흔히 쓰는 하나의 사고방법입니다. 이와 같은 응용문제를 풀 때 문제의 특성에 의하여 문제의 마지막결과로부터 시작하여 거꾸로 올라가면서 따져보고 추리합니다. 이와 같은 거꿀추리법은 어려운 문제를 쉽게 풀수 있게 해주며 복잡한 문제를 간단한 문제로 넘길수 있게 합니다. 그러므로 이 방법을 능숙하게 써먹을수 있도록 문제풀이에 정통해야 합니다.

련습 17

1. 어떤 수에 2를 더하고 3을 던 다음 4를 곱하고 그것을 5로 나눈 결과가 12입니다. 이 수를 구하십시오.

2. 어떤 수에 8을 더하고 8을 곱한 다음 다시 8을 덜고 그 결과를 8로 나눈 결과도 8입니다. 이 수를 구하십시오.

3. 어떤 도로보수작업반이 첫날에 전체 도로의 절반보다 40m만큼 적게 수리하였고 두번째 날에 나머지의 절반보다 10m를 더 수리하였는데 아직 60m가 남아있습니다. 이 도로는 길이가 몇 m입니까?

4. 어머니가 과일상점에 가서 몇개의 수박을 사왔습니다. 첫날에 그의 절반과 반개를 먹었고 두번째 날에 나머지의 절반과 또 반개를 먹었고 세번째 날에 나머지의 절반과 반개를 먹었더니 수박이 다 없어졌습니다. 어머니가 사온 수박은 모두 몇개입니까?

5. 어떤 창고에서 네차례에 걸쳐 물자를 실어가는데 처음에는 창고에 있는 물자의 절반을 실어가고 두번째에는 나머지의 절반을 실어갑니다. 그 다음에도 나머지의 절반씩 실어갑니다. 네번 실어간 다음 나머지물자를 모두 A, B, C 세 공장에 나누어줍니다. A공장에 24t을 주고 B공장에는 A공장

의 절반을 주며 C공장에는 4t을 주었습니다. 처음에 창고에 있은 물자는 몇 t이였습니까?

6. 백화점에서 탁구공을 파는데 첫번째 손님은 전체 탁구공의 절반과 반통을 사고 두번째 손님은 나머지 탁구공의 절반과 반통을 샀습니다. 세번째 손님은 나머지 15통을 다 샀습니다. 상점에 본래 있은 탁구공은 몇통이였습니까?

7. 광진은 윤미에게 다음과 같이 물었습니다. 《너의 할아버지는 올해에 몇살이냐?》 윤미는 다음과 같이 대답하였습니다. 《나의 할아버지의 나이에 16을 더하고 4로 나눈 다음 15를 덜고 10을 곱하면 100이 된다. 올해 나의 할아버지는 몇살이겠는가를 네가 계산해보아라》. 광진이를 도와서 한번 계산해보십시오.

8. 수 A는 100입니다. 수 B에 10을 더하여 얻어진 합에 10을 곱하고 거기에서 다시 10을 덜고 그 차를 10으로 나누면 수 A가 얻어집니다. 수 A에 수 B를 곱한 적을 구하십시오.

9. 두 수 A, B가 있습니다. 수 A에서 수 B를 덜면 7이 됩니다. 수 B에 수 A를 더하고 이 합에 수 A를 곱하고 다시 수 A를 덜었을 때 얻어지는 차를 수 A로 나누면 수 A가 됩니다. A, B 두 수의 합은 얼마입니까?

답 및 풀기방향

1. $12\times5\div4+3-2=16$ **2.** $(8\times8+8)\div8-8=1$

3. $[(60+10)\times2-40]\times2=200$(m)

4. $[(0.5\times2+0.5)\times2+0.5]\times2=7$(개)

5. $24+24\div2+4=40$(t), $40\times2\times2\times2\times2=640$(t)

6. $[(15+0.5)\times2+0.5]\times2=63$(개)

7. $(100\div10+15)\times4-16=84$(살)

8. $(100\times10+10)\div10-10=91$, $91\times100=9100$

9. $B=(A\times A+A)\div A-A=A\times(A+1)\div A-A=A+1-A=1$

$A-B=7$이므로 $A-1=7$, $A=8$

따라서 $A+B=8+1=9$입니다.

제18절. 렬거법에 의한 응용문제풀기

어떤 응용문제에는 문제에 수량관계가 숨어있기때문에 갈피를 잡기 힘들고 또 구하려는 문제가 때로는 몇개의 경우로 갈라지기도 합니다. 이와 같은 경우에 있을수 있는 답을 다 찾아야 하는데 때로는 빼놓을수 있습니다. 이런 문제는 렬거법을 써서 푸는것이 좋습니다. 일반적으로 표를 써서 응용문제의 조건과 관계되는 수량관계 또는 답을 렬거하면 빼놓거나 되풀이되는 현상을 피할수 있습니다. 이것이 렬거법입니다.

실례 1. 수 5가 하나, 수 2가 4개, 수 1이 8개 있습니다. 수 9를 만드는데 몇가지 방법이 있겠습니까?

따져보기

만일 수 9를 만들자면 쉽습니다. 그러나 겹치지도 않고 빼놓는 일도 없이 다 찾으려면 쉽지 않습니다. 이와 같은 경우에 렬거법을 써서 모든 답을 다 찾을수 있습니다. 렬거법을 쓸 때 표를 만들면 편리합니다. 이 문제의 표를 만들면 다음과 같습니다.

풀기 표 1을 보십시오.

답 7가지 방법이 있습니다.

[설명] 렬거법을 써서 문제를 풀 때 식을 세워 계산할 필요가 없습니다. 만일 식을 세워 계산할것을 요구한다면 이 표를 리용하여 식을 세우면 됩니다.

표 1

	수 5	수 2	수 1	계
취한 개수	1	1	2	9
	1	2	0	9
	1	0	4	9
	0	1	7	9
	0	2	5	9
	0	3	3	9
	0	4	1	9

실례 2. 할머니나이는 올해 60살이고 손녀의 나이는 올해 12살입니다. 몇년후이면 할머니 나이가 손녀 나이의 3배로 되겠습니까?

따져보기

앞에서 이미 지적한바와 같이 매 사람들사이에 늘어나는 나이수는 모두 같습니다. 즉 할머니나이가 몇살이 더 많아진다면 손녀나이도 그만큼 많아집니다. 그런데 그들의 나이차는 변하지 않습니다. 할머니나이는 손녀의 나이보다 (60－12=)48(살)이 더 많습니다. 《몇년후이면 할머니나이가 손녀나이의 3배로 되겠는가?》이때 할머니나이는 손녀나이보다 (3－1=)2배 더 많게 됩니다. 따라서 《차》와 《배수》를 가지고 《차와 배수에 관한 문제》의 풀이법에 따라 식을 세워 계산하면 답이 얻어집니다.

풀기 1 (1) 할머니나이가 손녀나이의 3배일 때 손녀나이는 몇살이겠습니까?

$$(60-12)\div(3-1)=48\div2=24(\text{살})$$

(2) 손녀나이가 24살이 되려면 몇년이 지나야 하겠습니까?

$$24-12=12(\text{년})$$

$$(60-12)\div(3-1)-12=12(\text{년})$$

풀기 2 $(60-12)\div(3-1)\times3-60=12(\text{년})$

그 리유를 설명해보십시오. 그리고 검산해보십시오.

이 문제를 렬거법을 써서 풀수 있습니다. 렬거법을 리용하여 추상적이고 복잡한 사고과정을 표의 형식으로 넘겨풀수 있습니다. 물론 표를 그리려면 좀 시끄럽기는 하지만 쉽고 간단명료하여 생각하기도 쉽습니다. 답을 표 2에 주었습니다.

표 2

	할머니나이	손녀나이	할머니나이가 손녀나이의 몇배입니까?
금년	60	12	5배
1년후	61	13	4배보다 9살이 더 많습니다.
···	···	···	···
5년후	65	17	3배보다 14살이 더 많습니다.
···	···	···	···
10년후	70	22	3배보다 4살이 더 많습니다.
11년후	71	23	3배보다 2살이 더 많습니다.
12년후	72	24	3배

답 12년후이면 할머니나이가 손녀나이의 3배로 됩니다.

(검산) (60+12)÷(12+12)=72÷24=3(배)

실례 3. 어떤 나라에는 2원짜리 종이돈이 있습니다. 지금 A, B의 두 사람이 가지고있는 돈은 모두 40원인데 모두 2원짜리입니다. 매 사람이 가지고있는 돈은 모두 4원의 옹근수배입니다. 두 사람이 가지고있는 돈은 각각 얼마씩입니까?

따져보기

A, B 두 사람이 가지고있는 40원은 모두 2원짜리 종이돈이라는데로부터

$$40=2+38=4+36=6+34=8+32=10+30=12+28$$
$$=14+26=16+24=18+22=20+20$$

이 얻어집니다.

또 매 사람이 가지고있는 돈이 모두 4의 배수이므로 4+36, 8+32, 12+28, 16+24, 20+20만 문제의 조건을 만족시킵니다.

《더하기의 바꿈법칙》에 의하여 문제의 조건을 만족시키는 다섯가지 경우중에서 20+20을 제외한 나머지 산수식들의 더하는 수의 위치를 서로 바꿀수 있습니다. 그러므로 다음과 같은 9가지 경우가 있을수 있습니다.

답 A는 4원 B는 36원 　A는 28원 B는 12원
A는 36원 B는 4원 　A는 16원 B는 24원
A는 8원 B는 32원 　A는 24원 B는 16원
A는 32원 B는 8원 　A는 20원 B는 20원
A는 12원 B는 28원

이것을 표로 만들면 표 3과 같습니다.

표 3

두 사람이 가지고있는 돈	40								
A가 가지고있는 돈	4	36	8	32	12	28	24	16	20
B가 가지고있는 돈	36	4	32	8	28	12	16	24	20

실례 4. 40명의 학생들이 함께 꽃송이를 만듭니다. 매 사람이 가지고있는 종이는 모두 서로 다르고 7장부터 46장까지 가지고있습니다. 한송이의 꽃을 만드는데 3장 또는 4장의

종이가 듭니다. 매 사람은 모두 자기에게 차례진 종이를 다 써야 하며 될수록 많은 꽃송이를 만들어야 합니다. 마지막에 4장의 종이로 만든 꽃은 모두 몇송이겠습니까?

따져보기

이 문제에서 수량관계는 숨겨져있습니다. 직접 식을 세워 풀기는 힘듭니다. 그러므로 렬거법을 써서 수량관계를 밝혀야만 쉽게 풀수 있습니다.

될수록 꽃송이를 많이 만들어야 한다는 조건을 만족시키려면 3장으로 만든것이 많아야 합니다. 표를 만든데 기초하여 4장의 종이로 만든 꽃송이수에 어떤 규칙이 있는가를 찾고 이 규칙에 따라 식을 세워 계산하여야 합니다.

풀기 표 4를 보십시오.

표 4

매 사람에게 있는 종이수(장)	7	8	9	10	11	12	13	14	15	…
종이 3장으로 만든 꽃수(송이)	1	0	3	2	1	4	3	2	5	…
종이 4장으로 만든 꽃수(송이)	1	2	0	1	2	0	1	2	0	…

표 4를 보면 종이 4장으로 만든 꽃송이수의 규칙은 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0 …이라는것을 알수 있습니다. 산수식을 세워 계산하면 다음과 같습니다.

$$40 \div 3 = 13 \cdots 1(\text{나머지})$$

$$(1+2) \times 13 + 1 = 40$$

답 4장의 종이로 만든 꽃은 모두 40송이입니다.

련습 18

1. 수 5가 2개, 수 2가 4개, 수 1이 8개 있습니다. 이 수들의 합이 12가 되게 묶으려면 몇가지 방법이 있겠습니까?

2. 윤철이에게 4전짜리 우표 2장, 2전짜리 우표 4장, 1전짜리 우표 8장 있습니다. 이 우표들을 결합시켜 8전짜리 우표로 쓰게 하려면 몇가지 결합방식이 있겠습니까?

3. 어머니의 올해 나이는 46살이고 딸의 올해 나이는 16살입니다. 어머니나이가 딸의 나이의 7배로 된 해가 몇년전이겠습니까? (적어도 두가지 방법으로 푸십시오.)

4. A, B 두 사람이 각각 얼마간의 돈을 가지고있는데 그들이 가지고있는 돈의 합은 40원이고 매 사람이 가지고있는 돈은 모두 5원짜리입니다. 그들이 가지고있는 돈은 각각 얼마씩이겠습니까?

5. 윤철이는 올해에 13살이고 광진이는 15살입니다. 두 사람의 나이합이 50살일 때 두 사람은 각각 몇살이겠습니까?(렬거법을 써서 푸십시오)

6. 제18절의 실례 4에서 마지막에 3장의 종이로 만든 꽃은 모두 몇송이입니까?

7. 어머니가 8kg이 들어있는 한통의 기름을 사왔습니다. 이가운데서 4kg을 친척집에 보내려 하는데 저울이 없어서 무게를 달굴수 없습니다. 다만 5kg, 3kg을 넣을수 있는 통이 각각 1개씩 있을뿐입니다. 이 3개의 통을 리용하여 적어도 몇번 조작하면 4kg으로 가를수 있겠습니까?

답 및 풀기방향

1. 9가지 방법이 있습니다. 표로 만들면 다음과 같습니다.

표 5

	5	2	1		5	2	1
취할수 있는 가지수	1	0	7	취할수 있는 가지수	2	0	2
	1	1	5		0	2	8
	1	2	3		0	3	6
	1	3	1		0	4	4
	2	1	0				

2. 9가지의 결합방식이 있습니다(표 6).

표 6

	취할수 있는 장수								
4전	2	1	1	1	0	0	0	0	0
2전	0	1	2	0	4	3	2	1	0
1전	0	2	0	4	0	2	4	6	8

3. 풀기 1　16－(46－16)÷(7－1)=11(년전)

풀기 2　46－(46－16)÷(7－1)×7=11(년전)

표를 만들면 다음과 같습니다(표 7).

표 7

	어머니나이	딸의 나이	어머니의 나이가 딸의 나이의 몇배?
올해	46	16	2배보다 14가 더 많습니다.
1년전	45	15	3배
…	…	…	…
5년전	41	11	3배보다 8이 더 많습니다.
…	…	…	…
10년전	36	6	6배
11년전	35	5	7배

4. A, B 두 사람이 가지고있는 돈의 합은 40원이고 매사람의 돈은 모두 5원짜리이므로 40=5+35=10+30=15+25=20+20과 같이 묶을수 있습니다. 이 산수식에서 더하는수의 자리를 바꿀수 있으므로 서로 다른 7가지의 답이 있습니다(20+20은 하나로 보아야 합니다).

5. 11년후에 두 사람의 나이합이 50으로 됩니다.

표 8을 보십시오.

표 8

윤철의 나이	광진의 나이	두 사람의 나이합
13	15	28
…	…	…
22	24	46
23	25	48
24	26	50

6. 실례 4에서와 같이 가령 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, …를 차례로 갈라서 3장의 종이로 만들수 있는 꽃송이수의 규칙을 찾으면 1, 0, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 5, …즉 4, 7, 10의 규칙으로 배렬됩니다. 13개의 수로 된 렬이 됩니다. 40÷3=13 …1이고 나머지가 1이라는것은 46장으로 만들수 있는 꽃송이의 개수입니다. 즉 46장에서 3장으로 만들수 있는것은 14송이이고 4장으로 만들수 있는 꽃송이는 4+7+10+13++16+19+22+25+28+31+34+37+40+14=300(송이)입니다.

7. 적어도 7번 조작해야 합니다. 표 9를 보십시오.

표 9

부은 회수	0	1	2	3	4	5	6	7
8kg 통	8	3	3	6	6	1	1	4
5kg 통	0	5	2	2	0	5	4	4
3kg 통	0	0	3	0	2	2	3	0

이 책에는 학생들의 수학적지능을 체계적으로 키워주기 위한 문제들 즉 수들사이에 작용하는 규칙, 계산을 빨리할수 있는 방법, 합과 차에 관한 문제, 따라잡기문제, 만나기문제 등의 풀이법이 서술되여있다.

이 책은 보통교육부문 학생들을 위한 참고서로 출판한다.

풀수록 재미나는 수학문제풀이 1

편역 교수 윤인철　　심사 박은실, 학사 김용남
편집 최남숙
장정 리승일　　교정 김선영

낸 곳 외국문도서출판사
인쇄소 평양고등교육도서인쇄공장
인쇄 주체94(2005)년 2월 20일 발행 주체94(2005)년 2월 26일

교－04－1212　　5000부　　값 200원